L' ARITMETICA
PRATICA.

L'ARITMETICA

PRATICA

ESPOSTA PER PRINCIPII

E

RIDOTTA IN DIALOGHI

PER USO

DELL'ISTITUTO MIGLIETTA.

IN NAPOLI

DALLA TIPOGRAFIA DI GAMMELLA E FESTA.

1834

PREFAZIONE.

Egli è impossibil cosa il fare apprendere a' ragazzi una scienza non scritta, poichè difettando in essi a causa dell' età quella soda ritentiva, che si rinviene nel giovine adulto, qualunque metodo facilissimo che sia, che un Istitutore possa formarsi, riesce sempre difficile e di niun profitto pe' suoi alunni. Tanto si è avverato oggidì in quella essenzialissima parte di istituzione scientifica, detta Aritmetica Pratica : *non vi è Collegio, non vi è Istituto, non vi è Scuola insomma che non dia un tale insegnamento; ma osiamo dire, dall' esperienza avuta, che rare fiate, e quasi mai il ragazzo è nello stato di dare un esatto* perchè *del suo operare aritmetico. Non pochi degni professori di matematiche han cercato in tutti i tempi di riempier questo vôto, ma sia detto in loro buona pace, non han fatto essi che istruire il Precettore e mai l' alunno. Intanto chiamati noi alla cura scientifica della Gioventù, abbiam divisato tessere il presente Corso Elementare di Aritmetica Pratica, e speriamo che voglia esserle utile, onde sapercene buon grado.*

NOZIONI PRELIMINARI

Dimanda. Che cosa è l' *Aritmetica*, ed in quante parti può dividersi?

Risposta. L' *Aritmetica* è quella scienza che c' insegna mediante alcune cifre, che si dicono *numeri*, a saper ben *calcolare le quantità*, quale calcolo generalmente parlando non si riduce che a sole quattro operazioni, che si denominano: il *Sommare*, il *Sottrarre*, il *Moltiplicare*, e'l *Dividere*.

E poichè tutte le quantità calcolabili si possono considerare o come *intere*, o come *divise* e *suddivise* in più parti, che si dicono *rotti*; e poichè d'altronde in Aritmetica vi sono pure delle altre operazioni, dette *Regola del Tre*, e *Potenze*, che tutte si eseguono con le suindicate quattro operazioni; così è che l' Aritmetica può benissimo dividersi in *quattro parti principali*: la I. cioè che tratta degl' *Interi*; la II. de' *Rotti*; la III. della *Regola del Tre e sue diverse specie*; e la IV. finalmente che si occupa delle *Potenze*.

D. Quali sono quelle cifre o *numeri* di cui si fa uso in Aritmetica, e come si pronunziano?

R. Le cifre o numeri di cui si fa uso in Aritmetica sono; 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9: e si pronunziano in questa guisa: 0 *zero*, 1 *uno*, 2 *due*, 3 *tre*, 4 *quattro*, 5 *cinque*, 6 *sei*, 7 *sette*, 8 *otto*, e 9 *nove* (1).

(1) Prima del X secolo non usavamo noi in Aritmetica, che le lettere dell'Alfabeto; nè la nostra enumerazione oltre-

D. Qual valore hanno questi numeri isolatamente considerati?

R. Il *zero* isolatamente considerato non ha niun valore, ma solamente fa crescere il valore degli altri numeri, allorchè ad uno di essi si unisca: gli altri numeri poi, cioè dall' 1 sino al 9, non hanno se non il valore di tante unità per quante n'esprimono: per esempio, il 3 non ha il valore se non di tre sole cose; il 4 di quattro; il 5 di cinque, e così ec.

Uopo è però sapere che i detti numeri isolatamente considerati si dicono *numeri semplici*; ed uniti tra loro a due o più si dicono *numeri composti*.

D. Qual valore hanno i numeri composti, e come si leggono?

R. Per ben conoscere il valore de' *numeri composti* bisognerà vedere se i numeri semplici uniti tra loro sono *due*, *tre*, *quattro*, ec.; poichè se son *due*, il primo a destra dinota le semplici *unità*, e l'altro le *decine*: se son *tre*, l'ultimo dinota le *centinaia*: se son *quattro*, l'ultimo dinota le unità delle *migliaia*: se son *cinque*, l'ultimo disegna le decine delle *migliaia*: se son *sei*, l'ultimo dinota le *centinaia* delle migliaia: se son *sette*, l'ultimo disegna le unità del *milione*, e così proseguendo sempre per *unità*, *decine*, e *centinaia* pel bilione, trilione, quatrilione, quintilione, sestilione, settilione, ottilione, novilione ec. Ciò premesso ne segue, che per leggersi qualsivoglia numero composto si dee sempre incominciare a leggere da destra a sinistra (1), ed in questo modo il primo

passava il *centomila*. Ma allorchè gli Arabi invasero nel detto secolo buona parte della nostra Europa, tolsimo noi da essi a prestanza i numeri che oggi abbiamo, da'quali, a dir vero, non pochi vantaggi ne abbiam ritratti pel gran progresso di questa scienza.

(1) Tutto al contrario dello scrivere un numero composto, che si dee sempre incominciare da sinistra a destra.

numero indica le semplici *unità*, il secondo le *decine*, il terzo le *centinaia*, il quarto le *unità* delle migliaia, il quinto le *decine* delle migliaia, il sesto le *centinaia* delle migliaia, il settimo, l'ottavo e 'l nono le *unità*, *le decine*, e le *centinaia* del milione; e così pel bilione, trilione, ec.

Per render facile la lettura di qualsivoglia numero composto fa d'uopo, incominciando da destra a sinistra, dividerlo con delle virgole in ogni tre figure, e dove cade l'unità del milione segnarvi sopra 1; dove l'unità del bilione segnarvi 2; dove il trilione 3, e così ec. Di fatti il numero composto $1\overset{2}{3},46\overset{1}{4},474,111$: si leggerà *tredici bilioni*, *quattrocentosessantaquattro milioni*, *quattrocento settattaquattro mila*, *cento undeci*; e l'altro numero composto $68\overset{4}{1},78\overset{3}{1},48\overset{2}{6},36\overset{1}{8},486,348$ si leggerà: *seicentottantuno quatrilioni*, *settecentottantuno trilioni*, *quattrocentottantasei bilioni*, *trecentosessantotto milioni*, *quattrocentottantasei mila*, *trecentoquarantotto*.

Si osservi bene però, che nello scriversi un numero composto che manca o di *unità*, o di *decine*, o di *centinaia* ec. dovrà tale mancanza venir supplita dal zero, col porlo in fine o in mezzo, e propriamente ove manca l'*unità*, la *decina* ec. Così dovendosi scrivere a modo di esempio *dugentotrenta*, scorgo che in questo numero composto vi manca la semplice *unità*, scriverò perciò 230, mettendo il zero nel posto delle unità: così pure dovendosi scrivere il numero composto *dugentomilioni sessanta mila e quattro*, scorgo che questo numero composto manca di decine e centinaia: più, di unità e centinaia di migliaia, e finalmente di unità, e decine di milione; scriverò perciò 200, 060,004: e così ec.

PARTE PRIMA

DEGL' INTERI.

D. Quali si dicono numeri *Interi*?

R. Si dicono *Interi* quei numeri, che vengono sempre divisi esattamente dall' unità.

D. Che cosa bisogna osservare nel sommare, sottrarre, moltiplicare, o dividere i numeri interi?

R. È necessario osservare, che siccome i numeri interi dati a sommare, sottrarre, moltiplicare, o dividere possono esser tutti della medesima specie, come tutti *ducati*, tutti *zecchini*, ec; o pure tutti della medesima specie, ma di diversa grandezza, come *ducati*, *tarì*, *grani* ec: i primi detti *semplici interi*, ed i secondi *interi denominati*, perchè denominano le quantità calcolabili; così è che bisogna prima eseguire le suddette quattro operazioni su' *semplici interi*, e quindi sugl' *interi denominati*.

SEZIONE I.

Del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Dividere i semplici Interi

§. I. DEL SOMMARE.

D. Che cosa è il *Sommare*?

R. Il *Sommare* è un' operazione per cui dati più numeri semplici o composti della medesima specie, ritrovare un altro numero semplice o composto che sia uguale a tutt' i numeri dati presi insieme, qual numero *totale* dicesi propriamente *Somma*.

D. Nel sommare come si debbono disporre i numeri dati, e come si dee operare?

R. Nel sommare debbono disporsi i numeri dati in

colonne, e propriamente dovrà porsi l' un numero sotto dell' altro, in guisa tale, che le unità corrispondano alle unità, le decine alle decine, le centinaia alle centinaia, le unità delle migliaia alle unità delle migliaia, ec: indi si tiri sotto una linea. Dopo di ciò si opererà in tal modo:

Si dovranno primieramente unire in una somma, incominciando sempre da destra a sinistra, tutte le *unità*; indi tutte le *decine*; di poi tutte le *centinaia*, e così ec.

Si dovrà segnare sotto le unità la somma di tutte le unità; sotto le decine la somma di tutte le decine; sotto le centinaia la somma di tutte le centinaia, e così ec.

D. Quanti casi possono accadere nel sommare, e come si risolvono?

R. Nel sommare possono accadere *quattro* casi, e si risolvono come segue.

1° *Se la somma delle unità è un numero semplice*, questo numero si segnerà sotto la propria colonna tal quale risulta dalla somma istessa.

2° *Se la somma oltrepassa il numero semplice nove*, si dovrà segnare sotto la propria colonna quel numero che oltrepassa le decine (ch'è sempre il numero a destra), e queste decine riportarle come tante unità alla colonna seguente.

3° *Se la somma uguaglia le decine*, si segnerà sotto la propria colonna il semplice zero.

4° *Se una qualche colonna è tutta zeri*, in quest'ultimo caso non avendo gli zeri alcun valore, si segnerà sotto la propria colonna anche zero; eccetto quando dalla somma dell'antecedente colonna si porta qualche unità, che dovrà segnarsi tal quale sotto la colonna de' zeri.

L'ultima colonna poi, e ciò valga per tutt'

casi, dovrà segnarsi con tutte quelle decine, se ve ne sono, che risultano dalla somma, unitamente al riporto dell'antecedente colonna, se ve n'è.

ESEMPIO

Siano da sommarsi i numeri composti 170471. 280740. 340161. 490414. 570830. 630452. Si disporranno prima di ogni altro questi numeri composti nel modo già detto, val dire le unità sotto le unità, le decine sotto le decine, ec: e quindi s'incomincerà ad operare.

	1	7	0	4	7	1
	2	8	0	7	4	0
	3	4	0	1	6	1
	4	9	0	4	1	4
	5	7	0	8	3	0
	6	3	0	4	5	2
2	4	8	3	0	6	8

La somma di 1, 0, 1, 4, 0, 2, *è* 8; *e poichè* 8 *è un numero semplice, si segnerà tal quale sotto la propria colonna* (caso 1°). *La somma di* 7, 4, 6, 1, 3, 5, *è* 26; *e poichè* 26 *oltrepassa il numero semplice* 9, *così si segnerà sotto la propria colonna quel numero che oltrepassa le decine, ch'è* 6, *e queste decine si riporteranno come tante unità alla colonna seguente* (caso 2°.). *La somma di* 4, 7, 1, 4, 8, 4, *è* 28, *è* 2 *che si portano, e fan* 30; *e poichè* 30 *uguaglia tre decine, così si segnerà zero sotto la propria colonna, e si portano* 3. (caso 3°.) *La somma di* 0, 0, 0, 0, 0, 0,

è 0, *perciò si segnerà zero sotto la colonna*; *ma poichè si portano* 3 *dalla somma antecedente*, *così si segnerà semplicemente detto riporto* 3. (caso 4.°). *La somma di* 7, 8, 4, 9, 7, 3, è 38, *si segnerà sotto la propria colonna l'avanzo* 8, e *si riporteranno le* 3 *decine come unità*. *Finalmente, la somma di* 1, 2, 3, 4, 5, 6, *è* 21, *e* 3 *unità si portano dalla somma dell' antecedente colonna e fan* 24; *e poichè si tratta dell' ultima colonna*, *così questo numero composto si segnerà tal quale* (caso 4.°).

§. II. Del sottrarre.

D. Che cosa è il Sottrarre ?

R. Il Sottrarre è un' operazione per cui dati due numeri semplici o composti *disuguali* della medesima specie, ritrovare la differenza di essi, quale differenza dicesi *residuo*.

D. Nel sottrarre come si debbono disporre le due serie de' numeri dati, e come si dee operare ?

R. Nel sottrarre si debbono disporre le due serie de' numeri dati l' una sotto dell' altra, e propriamente la serie *minore* sotto la *maggiore*, in guisa tale che le unità dell'una corrispondano esattamente in colonna alle unità dell'altra; le decine alle decine; le centinaia alla centinaia, e così ec. Indi si tiri sotto una linea: dopo di ciò si opererà in tal modo.

Si debbono primieramente, incominciando da destra a sinistra, sottrarre le unità del numero inferiore dalle unità del numero superiore; quindi le decine dalle decine, le centinaia dalle centinaia, e così ec.

Si collocherà sotto la colonna delle unità *l'avanzo*, o sia la differenza, delle unità; sotto le de-

cine l' avanzo delle decine; sotto le centinaia l' avanzo delle centinaia, e così ec.

D. Quanti casi possono accadere nel sottrarre, e come si risolvono?

R. Nel sottrarre possono accadere *quattro* casi, e si risolvono come segue:

1°. *Se un qualche numero della serie di sopra uguaglia in valore il suo corrispondente della serie di sotto*, in questo caso non essendovi tra essi alcuna differenza, si segnerà zero sotto la linea in corrispondenza.

2°. *Se un qualche numero della serie di sotto non possa sottrarsi dal suo corrispondente della serie di sopra perchè maggiore*, in questo caso si dovrà concepire aggiunto al numero di sopra una decina, restando però il numero di sopra della colonna seguente diminuito di una unità: qual numero diminuito si segnerà in testa con un punto: quindi si farà la sottrazione.

3°. *Se in una qualche colonna della serie di sotto vi sia zero, e nella corrispondente di sopra non vi sia*, in questo caso essendo il zero di niun valore, si segnerà il numero di sopra tal quale sotto la linea in corrispondenza.

4°. *Se in più colonne consecutive della serie di sopra vi sieno de' zeri*, in quest' ultimo caso il primo zero a destra si aumenterà di una decina che si prenderà dal zero a fianco, e perchè questo, come tutti gli altri, non ha niun valore; così si prenderà la decina dalla prossima figura a'zeri a sinistra, la quale, giusta il caso primo, resterà diminuita di una unità: e perchè il secondo, il terzo, il quarto ec, zero dee dare la decina al primo zero a destra; così tanto il secondo, che il terzo, il quarto ec; zero resterà

nove, ed il primo, come abbiam detto, a destra resterà dieci.

Ben vero però se nel luogo a destra, e propriamente a fianco al primo zero non possa farsi la sottrazione per essere la cifra superiore minore dell' inferiore, in allora anche il primo zero a destra si conterà per nove, e la figura a sinistra prossima a' zeri si scemerà di una unità. Dal che risulta, che il primo zero alle volte è *dieci*, ed alle volte è *nove*: è *dieci* quando nel luogo antecedente può naturalmente eseguirsi la sottrazione, ed è nove quando nel suddetto luogo antecedente non può eseguirsi la sottrazione senza prendere una decina dalla cifra prossima a' zeri a sinistra.

ESEMPIO

Sia da sottrarsi il numero composto 14913145o673, dall' altro 40002000347g. Si disporranno prima queste due serie di numeri nel modo già detto, e quindi s' incomincerà ad operare.

$$\begin{array}{r} \dot{4}\,0\,0\,0\,\dot{2}\,0\,0\,0\,\dot{3}\,4\,7\,9 \\ 1\,4\,9\,1\,3\,1\,4\,5\,0\,6\,7\,3 \\ \hline 2\,5\,0\,8\,8\,8\,5\,5\,2\,8\,0\,6 \end{array}$$

Incominciando da destra l' operazione si dirà: da 9 *tolto* 3 *resta* 6, *e si scriverà tal quale sotto la propria colonna. Da* 7 *tolto* 7 *resta* 0, *e si segnerà tal quale* (caso 1.°). *Poichè da* 4 *non può togliersi* 6 *per esser questo maggiore, così si aggiungerà al* 4 *una decina, che si prenderà dal seguente numero* 3, *e si avrà* 14, *dal quale toltone il* 6 *rimane* 8, *che*

si scriverà sotto la propria colonna, *rimanendo intanto il* 3 *diminuito di una unità*, *e che all' oggetto si segnerà in testa con un punto* (caso 2°.), *Da* 2 *tolto* 0 *resta* 2, *e ciò perchè il zero non ha niun valore* (caso 3°.), *e si segnerà sotto la propria colonna. Da* 0 *tolto* 5 *non si può*, *e perciò si crescerà questo* 0 *di una decina*, *e perchè questa decina deve prendersi dal* 0 *a fianco*, *e così consecutivamente per gli altri zeri*, *e poichè questo non ha che dare per essere di niun valore*, *si prenderà perciò la detta decina dal numero* 2, *che rimarrà* 1, *quindi da* 10 *toltone* 5 *resta* 5; *e poichè gli altri zeri son tutti* 9, *si dirà da* 9 *tolto* 4 *rimane cinque: da* 9 *tolto* 1 *rimane* 8. *Da* 1 *tolto* 3 *non si può, si prenderà una decina dalla prossima figura a fianco; ma poichè non solo questa, ma le altre cifre consecutive son zero, così si prenderà la decina dal numero* 4 *che rimane* 3, *e si dirà da* 11 *tolto* 3 *rimane* 8; *e poichè nel luogo a destra, e propriamente a fianco al primo zero non ha potuto farsi naturalmente la sottrazione, così tutt' i zeri sono addivenuti tanti* 9, *e perciò si dirà da* 9 *tolto* 1 *resta* 8: *da* 9 *tolto* 9 *resta* 0: *e da* 9 *tolto* 4 *resta* 5 (caso 4°.) *Finalmente da* 3 *tolto* 1 *resta* 2, *e ciascun residuo si segnerà sotto la propria colonna.*

§. III. DEL MOLTIPLICARE.

D. Che cosa è il *Moltiplicare* ?

R. Il Moltiplicare è un'operazione per cui dati due numeri semplici o composti della medesima specie, ritrovare un altro numero semplice o composto che sia *uguale* ad uno de' dati preso tante volte quanto l'addita l'altro (1).

D. Nel moltiplicare come si debbono disporre i numeri dati, e come si dee operare?

R. Nel moltiplicare si debbono disporre i numeri dati nel seguente modo. Si scriverà il *moltiplicatore* sotto del *moltiplicando*, con legge tale, che le unità corrispondano alle unità, le decine alle decine, se ve ne sono, è così ec; indi si tiri sotto una linea.

Dopo di ciò si opererà in tal modo.

Si moltiplicherà, incominciando da destra a sinistra, ciascuna figura del moltiplicatore per tutto il moltiplicando, situando ciascun prodotto sotto la propria colonna (2): quindi si tirerà una linea, e

(1) De' due numeri dati quello che si moltiplica dicesi *moltiplicando*, quello per cui si moltiplica si chiama *moltiplicatore*, ed il numero poi che ne risulta si denomina *prodotto*.

ESEMPIO

```
 1 3 2 moltiplicando
   1 2 moltiplicatore
 ─────
 2 6 4
1 3 2
 ─────
1 5 8 4 prodotto.
```

(2) Si osservi bene quì, che allorchè il moltiplicatore è un numero composto, si dovrà ogni prodotto di ciascuna fi-

sotto di questa si sommeranno tutt' i prodotti parziali, onde averne un solo, ch' è il vero prodotto che si va cercando. Ben vero però se il moltiplicatore costa di una figura, in allora questa seconda operazione non ha luogo.

D. Quanti casi possono accadere nel moltiplicare, e come si risolvono?

R. Nel moltiplicare possono accadere *tre* casi, e si risolvono come segue.

1°. *Se un qualche prodotto di una figura moltiplicata per un' altra risulta un numero composto* (1), in tal caso si noterà sotto la propria colonna il solo avanzo delle decine (ch' è sempre il numero a destra), e si riporteranno queste decine come tante unità alla figura seguente. Il prodotto però della moltiplicazione dell'ultima figura si scriverà tal quale unitamente al riporto della moltiplicazione dell' antecedente figura, se riporto vi è.

2°. *Se nel solo moltiplicando o nel solo moltiplicatore, o pure nell' uno e nell' altro vi sieno de' zeri*, in questo caso a nulla i zeri equivalendo, la di loro moltiplica risulterà anche zero; eccetto però quando dalla moltiplicazione della figura antecedente si porta qualche unità, poichè in allora si dovrà tal riporto segnare tal quale in vece del zero (2).

3°. *Se nel principio a destra del moltiplicando o*

gura incominciare a segnare sotto se stessa, cosicchè le unità del secondo prodotto corrispondano in colonna alle decine del primo; le unità del terzo prodotto corrispondano alle decine del secondo prodotto, ed alle centinaia del primo, e così ec.

(1) Questo numero composto, nato dalla moltiplicazione di una figura per un' altra, non può mai eccedere l' 81, come qui appresso vedremo dalla tavola Pitagorica.

(2) Questa eccezione non può aver luogo, allorchè nel solo moltiplicatore vi son de' zeri.

del moltiplicatore, *o pure dell'uno e dell'altro vi sieno de' zeri*; in questo caso, onde non moltiplicare enti senza necessità, potrà incominciarsi benissimo la moltiplica dal primo numero semplice a destra senza curarsi affatto de' zeri; ma aggiungerli di poi a destra del prodotto generale.

D. Di qual mezzo dobbiamo avvalerci per potere con speditezza eseguire la moltiplicazione di una figura per un' altra, o sia di un numero semplice per un altro?

R. Per eseguire con speditezza la moltiplicazione di una figura per un' altra dobbiamo avvalerci della *Tavola Pitagorica*, così detta perchè inventata dal celebre filosofo Pitagora, la quale consiste in un quadrato compartito in ottantuno casette uguali per mezzo di otto linee verticali ed altrettante orizzontali. Nella prima riga orizzontale di sopra vi sono i numeri semplici da 1 sino a 9; e nella prima verticale a sinistra vi sono gli stessi numeri: nell' altra casetta poi vi sono i prodotti rispettivi. Qualora devesi moltiplicare un numerero semplice per un altro, e vogliasene conoscere il prodotto, non bisogna far altro che prendere il moltiplicatore nella colonna verticale, ed il moltiplicando nella colonna orizzontale, e quel numero semplice o composto chiuso in quel quadretto ove i due numeri dati a moltiplicare s' incontrino formando un angolo, è il prodotto che si ricerca.

TAVOLA PITAGORICA

LINEA ORIZZONTALE

LINEA VERTICALE

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3		9	12	15	18	21	24	27
4			16	20	24	28	32	36
5				25	30	35	40	45
6					36	42	48	54
7						49	56	63
8							64	72
9								81

ESEMPIO DEL 1.° CASO

Sia da moltiplicarsi 974361 per 36. Si disporranno prima questi numeri nel modo già detto, e quindi s' incomincerà ad operare.

```
  974361
      36
 -------
 5846166
2923083
--------
35076996
```

Incominciando da destra l'operazione, si dirà 6 *via* 1 *fan* 6, *e si noterà tal quale sotto la propria colonna, perchè numero semplice: quindi* 6 *via* 6 *fan* 36, *si noterà* 6, *come avanzo delle tre decine, e si riporteranno queste decine come tante unità:* 6 *via* 3 *fan* 18 *e* 3 *si portano e fan* 21, *si noterà* 1 *e si porterà* 2: 6 *via* 7 *fan* 42 *e* 2 *si portano fan* 44, *si noterà* 4 *e si porterà* 4: *finalmente* 6 *via* 9 *fan* 54 *e* 4 *si portano e fan* 58, *che si segnerà tal quale per essere il prodotto della moltiplicazione dell'ultima figura. S'incomincerà poscia la stessa operazione per l'altra figura del moltiplicatore, e si dirà:* 3 *via* 3 *fan* 9 *che si noterà sotto le decine del primo parziale prodotto:* 3 *via* 6 *fan* 18, *si noterà l' avanzo* 8 *e si porterà* 1: 3 *via* 3 *fan* 9 *ed* 1 *si porta e fan* 10, *si noterà* 0 *e si porterà* 1: 3 *via* 4 *fan* 12 *ed* 1 *si porta e fan* 13, *si noterà* 3 *e si porterà* 1: 3 *via* 7 *fan* 21 *ed* 1 *si porta fan* 22, *si noterà* 2 *e si porterà* 2: *finalmente* 3 *via* 9 *fan* 27 *e* 2 *si portano fan* 29 *che si segnerà tal quale: quindi si sommeranno i due parziali prodotti, e si avrà il prodotto generale in* 35076996.

ESEMPIO DEL 2.° CASO

Sia da moltiplicarsi 60046 per 204 : si disporranno questi numeri ec.

```
     60046
       204
   -------
    240184
    00000
  120092
  --------
  12249384
```

Incominciando l'operazione si dirà: 4 via 6 fan 24, si noterà 4 e si porterà 2: 4 via 4 fan 16 e 2 si portano e fan 18, si noterà 8 e si porterà 1: 4 via 0 fan 0 e perchè si porta 1, si noterà quest'1 soltanto: 4 via 0 fan 0, e tal quale si noterà: 4 via 6 fan 24, e si noterà tal quale. S'incomincerà quindi la moltiplicazione pel 0, e si dirà: 0 via 6 fan 0: 0 via 4 fan 0: 0 via 0 fan 0: 0 via 0 fan 0: 0 via 6 fan 0: e si noterà sempre 0. S'incomincerà la moltiplicazione pel 2, e si dirà: 2 via 6 fan 12, si noterà 2 e si porterà 1: 2 via 4 fan 8 ed 1 si porta e fan 9: 2 via 0 fan 0: 2 via 0 fan 0: 2 via 6 fan 12, e si segnerà tal quale, e sommandosi i parziali prodotti si avrà il prodotto generale in 12249384.

ESEMPIO DEL 3.° CASO

Siá da moltiplicarsi 684000 per 8600: si disporranno questi numeri ec.

```
   684000
     8600
  -------
    4104
   5472
  -------
  5882400000
```

Incominciando l'operazione come se i zeri non vi fussero, si dirà 6 *via* 4 *fan* 24 *si noterà* 4 *e si porterà* 2, *e così per* 8 *e per* 6. *Quindi s' incomincerà dall'* 8, *e si dirà:* 8 *via* 4 *fan* 32, *si noterà* 2 *e si porterà* 3, *e così per l'8 e pel* 6 *ec. Ciò fatto si sommeranno questi due parziali prodotti, e si avrà* 58824, *al quale aggiungendovi a destra i tre zeri del moltiplicando ed i due del moltiplicatore, e si avrà il prodotto generale* 5882400000.

§ IV. Del dividere

D. Che cosa è il *Dividere*.

R. Il *Dividere* è un'operazione per cui dati due numeri semplici o composti trovare un altro numero che dinoti quante volte l'uno contiene l'altro (1).

(1) De'due numeri dati, quello che divide dicesi *divisore*; quello che viene diviso si chiama *dividendo*; ed il terzo che si ritrova si denomina *quoziente*; il quale espone quante volte il divisore si contiene nel dividendo.

ESEMPIO.

divisore	7	9 7 8 6	*dividendo*
quoziente	1 3 9 8		

D. Nel dividere come si debbono disporre i numeri dati, e come si dee operare?

R. Nel dividere si debbono disporre i numeri dati nel seguente modo:

Si situerà il *dividendo* a destra, e 'l *divisore* a sinistra, ma con una certa distanza tra di essi, onde non confondersi, e sotto del divisore si tirerà una linea.

Dopo di ciò si opererà come segue.

Si dovrà vedere se il divisore è un numero semplice o composto; essendo un numero semplice; si osserverà quante volte il divisore si contiene nella prima figura a sinistra del dividendo, o pure nella prima e seconda figura, se la prima fosse minore del divisore; ed il *quoziente* ritrovato si noterà tal quale sotto la linea a sinistra del divisore. Quindi si moltiplicherà il divisore pel quoziente ed il prodotto, dopo averlo segnato in colonne sotto di quella o di quelle figure prese nel dividendo, e tirata sotto una linea, si sottrarrà dalle medesime figure del dividendo. Al residuo, se ve n'è, si aggiungerà a destra la immediata figura a sinistra del dividendo, che non avea fatto parte all'antecedente operazione; quindi si vegga quante volte vi si contiene il divisore, ed il quoziente si noterà a fianco del primo, e così si praticherà sintantochè non si caleranno man mano tutte le figure del dividendo. Intanto ogni figura che si calerà si segnerà sotto con un punto.

Se poi il divisore è un numero composto, dovranno prendersi nel dividendo tante figure a sinistra, quante ve ne sono nel divisore; purchè però il valore di questo sia minore di quello del dividendo, altrimenti fa d'uopo prendere una figura di più. Quindi si vedrà quante volte la prima

figura a sinistra del divisore si contiene nella prima figura a sinistra del dividendo o pure nella prima e seconda figura, se le figure prese nel dividendo sono uguali a quelle del divisore, o pure una di più: il quoziente ritrovato si noti ec.: e così si opererà come sopra; purchè però le altre figure del divisore si contengono un egual numero di volte nelle altre figure prese nel dividendo, altrimenti il quoziente si anderà tanto scemando fino a che il numero delle volte che le altre figure del divisore entrano nelle figure del dividendo sia eguale allo stesso quoziente, ed allora si farà la divisione.

D. Quanti casi possono accadere nel dividere, e come si risolvono.

R. Nel dividere possono accadere *tre* casi, e si risolvono come segue.

1° *Se nel residuo, e sia qualunque, unito alla figura che si cala non entra il divisore*, in questo caso si noterà zero al quoziente e si calerà un'altra figura: e se neanco il divisore in questo secondo numero si contenesse, si noterà un altro zero nel quoziente, e si calerà dal dividendo un'altra figura; e così si opererà sintantochè possa farsi la divisione.

2°. *Se le prime figure a destra del divisore e del dividendo sono tanti zeri*, in questo caso si torrà dal divisore un egual numero di zeri che dal dividendo, e quindi si opererà (1), poichè tanto vale a modo di esempio, dividere 817000 per 2000. quanto 817 per 2, il che meglio si vedrà nell'Aritmetica teorctica.

(1) I zeri debbono però sempre incominciarsi a togliere da destra, e non a capriccio: così dovendosi p. e. dividere 8100000 per 691000, si taglieranno tre zeri da destra del dividendo e tre a destra del divisore, intanto il dividendo rimane ancora fornito di due altri zeri.

3.° *Se nel solo divisore a destra vi sono de' zeri;* in questo caso si dovrà considerare il divisore come privo de'zeri, ed intanto si toglieranno a destra del dividendo tante figure per quanti zeri si sono tolti dal divisore, ed in tal modo si principierà a fare la divisione. All'ultimo residuo però si aggiungeranno a destra tutte le figure soppresse nel dividendo, onde così avere il vero residuo, aggiungendo anche al divisore i suoi zeri.

ESEMPIO DEL 1.° CASO

Sia da dividersi 57430 per 4. Si disporranno prima i due numeri dati nel modo già detto, e quindi s'incomincerà ad operare.

```
                 5 7 4 3 0.
        4        4 . . . .
  1 4 3 5 7      1 7
                 1 6
                 - 1 4
                   1 2
                   - 2 3
                     2 0
                     - 3 0
                       2 8
                       - 2
```

Essendo il divisore 4 minore della prima figura a sinistra 5 del dividendo, così si vedrà quante volte il 4 si contiene nel 5, e poichè ci entra una volta; questo quoziente 1 si noterà sotto la

linea a sinistra del divisore 4 : si moltiplicherà poscia il divisore 4 pel quoziente 1, *ed il prodotto* 4 *si scriverà sotto del* 5, *dal quale si sottrarrà il* 4, *ed il residuo* 1 *si segnerà sotto. Si noterà un punto sotto della seconda figura* 7 *del dividendo, e si calerà a fianco a destra del residuo* 1; *e si avrà* 17 : *quindi si dividerà come sopra il* 17 *pel* 4, *ed il quoziente* 4 *si noterà a destra del primo quoziente* 1 : *si moltiplicherà il divisore* 4 *pel dividendo* 4; *ed il prodotto* 16 *si segnerà sotto del* 17 *dal quale si sottrarrà, e si avrà* 1 *di residuo : a questo residuo vi si aggiungerà la terza figura* 4 *del dividendo, come si è praticato di sopra, e si avrà* 14, *il quale si dividerà per* 4, *ed il quoziente* 3 *si segnerà a destra degli altri quozienti: si moltiplicherà questo quoziente* 3 *pel suo divisore* 4, *ed il prodotto* 12 *si situerà sotto del* 14, *dal quale si sottrarrà e si avrà il residuo* 2, *al quale si aggiungerà la quarta figura del dividendo, che è* 3, *e si avrà* 23 : *si dividerà questo numero* 23 *pel divisore* 4, *ed il quoziente* 5 *si segnerà a destra degli altri quozienti; quindi si moltiplicherà pel divisore* 4, *ed il prodotto* 20, *dopo averlo situato sotto del* 23, *si sottrarrà da questo, e si avrà il residuo* 3, *al quale si aggiungerà l'ultima figura del dividendo, che è* 0; *finalmente si dividerà* 30 *per* 4, *ed il quoziente* 7 *si noterà a destra degli altri quozienti : si moltiplicherà pure questo quoziente* 7 *pel suo divisore* 4, *ed il prodotto* 28 *si sottrarrà dal* 30, *e si avrà* 2 *di residuo, che rimane tal quale per non esservi nel dividendo più figure a calare.*

ALTRO ESEMPIO DEL 1.° CASO

Sia da dividersi 5700064071 per 8. Si disporranno i numeri ec.

```
   8                    5 7 0 0 0 6 4 0 7 1
---------               5 6
712508008               --
                        - 1 0
                            8
                            --
                          - 20
                            16
                            --
                          - 40
                            40
                            --
                           - 64
                             64
                             --
                           - 071
                              64
                              --
                             - 7
```

Essendo la prima figura a sinistra del dividendo minore del divisore; così se ne prenderanno due, e si avrà 57, *che si dividerà per* 8, *ed il quoziente* 7 *si noterà sotto la linea a sinistra del divisore, e ciò valga per tutti gli altri quozienti: si moltiplicherà poscia il divisore* 8 *pel suo quoziente* 7, *ed il prodotto* 56 *si sottrarrà dal* 57, *e si segnerà il residuo* 1: *si calerà a fianco dell'* 1 *il primo* 0 *a sinistra: Si dividerà il* 10 *per l'* 8; *il quoziente* 1 *si moltiplicherà pel suo divisore* 8, *ed il prodotto si*

sottrarrà del 10, *e si segnerà il residuo* 2: *a questo residuo si aggiungerà il secondo* 0, *e si avrà* 20, *che si dividerà per* 8 : *il prodotto del quoziente* 2 *moltiplicato pel divisore* 8 *si sottrarrà dal* 20 , *ed al residuo* 4 *si aggiungerà l' altra figura del dividendo, e si avrà* 40, *il quale si dividerà per l'* 8 , *ed il prodotto della moltiplicazione del quoziente* 5 *pel divisore* 8 *si sottrarrà dal* 40, *e si avrà tutto pagato. Si calerà l'altra figura del dividendo, ch' è* 6 ; *e poichè questo numero non può venir diviso dall'* 8, *così si segnerà* 0 *per quoziente, e si calerà l' altra figura che è* 4, *e si avrà* 64. *Si dividerà* 64 *per* 8 ; *il prodotto del quoziente pel divisore si sottrarrà dal* 64, *e si avrà tutto pagato. Si calerà l'ottava figura a sinistra del dividendo, che è* 0, *e poichè l'*8 *non vi entra, così si scriverà* 0 *per quoziente e si calerà l' altra figura* 7; *e poichè neanco in questo l'* 8 *vi entra, si segnerà perciò un altro* 0 *nel quoziente e si calerà l'ultima figura* 1 , *e si avrà* 71 : *quindi facendo l' operazione come sopra , si avrà* 7 *per residuo.*

ESEMPIO DEL 2.° CASO

Sia da dividersi 12490000 per 180000. Si disporranno i numeri ec.

```
                 1 2 4 9 0 0 0 0
1 8 0 0 0 0      1 0 8
                 ------
                   1 6 9
6 9                1 6 2
                   -----
                       7
```

Si toglierà dal dividendo e dal divisore un

egual numero di zeri, e quindi s' incomincerà ad operare, e si avrà finalmente 7 di residuo.

ESEMPIO DEL 3.° CASO

Sia da dividersi 697894 per 18000. Si disporranno i numeri ec.

```
                 6 9 7 8 9 4
  1 8 0 0 0      5 4
 ___________     ___
  3 8            1 5 7
                 1 4 4
                 _____
                   1 3 8 9 4
```

Si toglieranno dal dividendo tante figure per quanti zeri ha il divisore, e ciò fatto s' incomincerà ad operare, e si avrà il residuo 13, *al quale vi si aggiungeranno le figure soppresse* 8, 9, *e* 4; *ed insieme fanno* 13894, *residuo della divisione* 697894 *per* 18000.

ESAME

Del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Dividere.

D. Come si conosce se nel sommare, sottrarre, moltiplicare e dividere si è o pur nò errato?

R. Si può ciò conoscere per mezzo dell'*Esame*, altrimenti detto *pruova*, che puo farsi per ciascuna delle dette operazioni.

D. Qual è la pruova del sommare?

R. La pruova del sommare, che si esegue col sottrarre, è la seguente.

Si separerà con una linea, tirata da sinistra a destra, la prima serie de' numeri di sopra, che si son già sommati, da tutte le altre serie inferiori. Tutte queste serie inferiori si torneranno a sommare; e la somma ritrovata si noterà sotto la prima somma. Finalmente dalla prima somma se ne sottrarrà la seconda, ed il residuo, allorchè l'operazione è stata bene eseguita, dovrà perfettamente corrispondere alla prima serie orizzontale tolta (1).

	6	8	4	7	8	0
	4	3	6	8	6	4
	5	6	9	7	7	9
	4	6	7	0	7	8
	4	6	6	5	2	1
Somma I. 2	6	2	5	0	2	2
Somma II. 1	9	4	0	2	4	2
Residuo	6	8	4	7	8	0

Essendo il residuo 684780 lo stesso che la prima serie orizzontale tolta, l'operazione è stata bene eseguita.

D. Qual è la pruova del sottrarre?

R. La pruova del sottrarre, che si esegue col sommare, è la seguente.

Sotto del residuo ottenuto dalla sottrazione già fatta si tirerà una linea: quindi si somme-

(1) La pruova del sommare può farsi ancora col sommare, cioè in vece di sottrarre la seconda somma ritrovata dalla prima, si sommerà la prima serie tolta con la seconda somma, ed il prodotto dovrà essere uguale alla prima somma.

rà detto residuo con la serie de' numeri sottratti, ed allorchè l'operazione è stata bene eseguita, dovrà la somma corrispondere esattamente alla serie de' numeri di sopra da cui si è sottratta quella di sotto.

ESEMPIO

	7	8	4	0	0	1	0	0	9
	1	6	8	9	7	8	1	4	7
Residuo	6	1	5	0	2	2	8	6	2
Somma	7	8	4	0	0	1	0	0	9

Essendo la somma ritrovata eguale alla serie di sopra da cui si è sottratta quella di sotto, l'operazione è stata bene eseguita.

D. Qual è la pruova del moltiplicare?

R. La pruova del moltiplicare, che si esegue col dividere, è la seguente.

Si dividerà il prodotto generale, della moltiplicazione fatta, pel moltiplicatore, ed allorchè l'operazione è stata bene eseguita, il quoziente dovrà corrispondere perfettamente al moltiplicando.

ESEMPIO

			3	4	6	8	9	7	8
							4	6	3
		1	0	4	0	6	9	3	4
	2	0	8	1	3	8	6	8	
1	3	8	7	5	9	1	2		
1	6	0	6	1	3	6	8	1	4

```
                    1 6 0 6 1 3 6 8 1 4 prod. a divid.
molt. a div. 463
                    1 3 8 9
                    -----------
                    - 2 1 7 1
molt. a quoz. 3468978  1 8 5 2
                      ----------
                      - 3 1 9 3
                        2 7 7 8
                        ---------
                        - 4 1 5 6
                          3 7 0 4
                          ---------
                          - 4 5 2 8
                            4 1 6 7
                            ---------
                            - 3 6 1 1
                              3 2 4 1
                              ---------
                              - 3 7 0 4
                                3 7 0 4
                                ---------
                                . . . .
```

Essendo il quoziente uguale al moltiplicando, l'operazione è stata bene eseguita.

D. Qual è la pruova del dividere?

R. La pruova del dividere, che si esegue col moltiplicare, è la seguente.

Si moltiplicherà il divisore pel quoziente, ed al prodotto si aggiungerà il residuo, se ve n'è, ed essendosi l'operazione bene eseguita, dovrà il prodotto generale corrispondere al dividendo.

ESEMPIO

```
                 480678674
     869         4345.....
  553140         -4617
                  4345
                  -2728
                   2607
                   -1216
                      869
                     3477
                     3476
                     ---14
```

```
     553140
        869
    4978260
   3318840
  4425120
  480678660
         14
  480678674
```

Essendo il prodotto generale 480678674 uguale al dividendo, l'operazione è stata bene eseguita.

SEZIONE II.

Del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Dividere i numeri Denominati.

D. Quali si dicono numeri *Denominati*?
R. Si dicono *Denominati* quei numeri che *denominano* le quantità calcolabili: quali quantità in questi casi abbenchè siano della medesima specie, sono però di diversa grandezza; e ad altro non si rapportano se non alla *Moneta*, al *Tempo*, al *Peso*, ed alla *Misura*; come il tutto quì appresso più distintamente vedremo.

§ I. DEL SOMMARE.

D. Nel sommare i numeri denominati come si debbono disporre le diverse grandezze date, e come si dee operare?
R. Nel sommare i numeri denominati si debbono disporre le diverse grandezze date in questa guisa.

Si dovranno tutte le grandezze minime, incominciando da destra a sinistra, situare in colonna le une sotto le altre: quindi si praticherà lo stesso per le altre grandezze prossimamente maggiori; e così si praticherà per le altre. Finalmente, così situate, sotto tutte si tirerà una linea.

Si dee poi operare nel seguente modo.

S' incomincerà a sommare la colonna delle grandezze minime, e la somma avuta si dividerà pel numero che compone l' *unità* della grandezza prossimamente maggiore; il quoziente si riporterà come tante unità alla colonna delle grandezze prossimamente maggiori, ed il residuo

se ve n' è, si segnerà tal quale sotto la propria colonna. Quindi man mano lo stesso si opererà per le altre colonne delle grandezze susseguenti; la somma poi dell' ultima colonna, o sia delle grandezze massime, si segnerà tal quale.

Ben vero però se qualche somma, menochè l' ultima, di una qualche colonna non possa dividersi pel numero che compone l' unità della grandezza prossimamente maggiore, per esser detta somma minore, in allora si segnerà tal quale sotto la propria colonna.

ESEMPIO

Sia da farsi la seguente somma: poichè quì si tratta di Ducati, Tarì, Grani, e Calli; così si disporranno queste quattro grandezze nel modo già detto, e per maggiore avvertenza si segnerà in testa di ciascuna colonna, e ciò valga per tutte e quattro le operazioni, il numero che compone l' unità della grandezza prossimamente maggiore.

Ducati	5 Tarì	20 Grani	12 Calli
380	2	15	7
461	1	17	0
784	4	9	8
561	0	7	4
789	3	11	10
2977	3	1	5

Ed incominciando l' operazione dalle grandezze minime, che sono i calli, si dirà: 7 *ed* 8 *che*

fan 15 e 4 *che fan* 19 e 10 *che fan* 29 : *quale somma si dividerà per* 12, *per esser questo numero quello che compone l'unità della grandezza prossimamente maggiore*, *ossia* 12 *calli compongono un grano: il quoziemte* 2, *ossia* 2 *grani, si porterà alla colonna seguente come tante unità, ed il residuo* 5 *si noterà sotto la propria colonna. Incominciando la somma della prossima colonna, si dirà:* 15 e 17 *fan* 32 e 9 *fan* 41 e 7 *fan* 48 *ed* 11 *fan* 59 e 2 *si portano e sono in tutto* 61 : *questa somma si dividerà per* 20, *poichè ogni* 20 *grani formano un tarì : il quoziente* 3 *si porterà alla colonna seguente come tante unità, ed il residuo* 1 *si noterà tal quale sotto la propria colonna. Incominciando la somma dell'altra colonna delle grandezze prossimamente maggiori si dirà:* 2 *ed* 1 *fan* 3, e 4 *fan* 7 e 3 *fan* 10, e 3 *che si portano e fan* 13, *questa somma, come si è praticato per le altre, si dividerà per* 5, *poichè ogni cinque tarì compongono un ducato : il quoziente* 2 *si porterà come tante unità alla colonna seguente, ed il residuo* 3 *si segnerà tal quale sotto la propria colonna. Finalmente si sommerà l'ultima colonna delle grandezze massime nella stessa guisa che si è praticato pe' semplici interi, e la somma unitamente al riporto dell' antecedente operazione si segnerà tal quale sotto la propria colonna.*

Lo stesso metodo si terrà per gli altri esempii qui appresso.

Secoli	100 Anni	12 Mesi	30 Giorni	24 Ore	60 Min. I.	60 Min. II.
681	97	7	24	11	13	48
469	7	11	9	3	4	51
716	18	4	10	7	0	43
148	30	5	12	12	0	7
461	56	8	7	19	0	11
2477	11	1	4	4	19	40

Cantaia	100 Rotola	3 Libbre	12 Once	10 Dramme	3 Scrupoli	20 Acini
614	79	1	7	9	1	19
561	55	0	10	4	1	7
784	48	0	11	7	2	8
15	7	2	4	8	0	10
19	11	1	7	6	0	15
3	4	0	6	4	1	18
1998	06	2	1	0	2	17

Canne	Palmi	Once	Minuti
681	7	10	4
476	6	9	3
789	4	7	0
719	0	0	2
468	1	7	1
536	3	9	4
3672	0	8	4
		8	

§. II. DEL SOTTRARRE.

D. Nel sottrarre i numeri denominati come si debbono disporre le grandezze date, e come si dee operare.

R. Nel sottrarre i numeri denominati si debbono disporre le grandezze date in questa guisa.

Si osserverà prima di ogni altro il valore di tutte le grandezze prese assieme di una serie, onde porre la serie maggiore sopra, e la minore sotto, come nella semplice sottrazióne. Quindi, incominciando da destra a sinistra, si situeranno le grandezze minime le une sotto le altre; poscia le grandezze prossimamente maggiori, e così ec. e sotto tutte si tirerà una linea.

S' incominçeranno a sottrarre le grandezze minime le une dalle altre; il residuo si segnerà sotto la propria colonna; e così man mano si farà lo stesso sino alla colonna delle grandezze massime. Ben vero però se da qualche grandezza non possa togliersi la sua corrispondente, perchè maggiore; in allora si dovrà considerare la grandezza prossimamente maggiore diminuita di una unità, ed aggiunta quest' unità a quella grandezza da cui non può farsi la sottrazione, e così si opererà. L'unità aggiunta si dovrà però convertire in quel numero che compone l'unità della grandezza prossimamente maggiore.

ESEMPIO.

Sia da farsi la seguente sottrazione: si disporranno prima di tutto le due serie date nel modo già detto, e quindi s' incomincerà ad operare.

Ducati	Tarì	Grani	Calli
681 .	3 .	15 .	10
469 .	4 .	19 .	9
211 .	3 .	16 .	1

Ed incominciando da destra dalle grandezze minime, si dirà: da 10 *calli toltine* 9 *resta* 1, *quale si segnerà tal quale sotto la propria colonna. Quindi si passerà alla sottrazione delle grana; e poichè da* 15 *grana non se ne posson togliere* 19, *così si prenderà una unità dalla colonna de' tarì, quale unità convertita in grana fan* 20, *ed unite a* 15 *fan* 35, *dal qual numero toltine* 19, *restano* 16, *che si segnerà tal quale sotto la propria colonna. Si passerà poscia alla sottrazione de' tarì, e poichè da* 2 *tarì non se ne posson togliere* 4, *così si prenderà una unità dalla colonna de' ducati, che convertita in tarì fan* 5 *e* 2 *che fan* 7, *da* 7 *toltine* 4, *restano* 3, *che si segnerà sotto la propria colonna. Finalmente passando alla sottrazione de' ducati, o sia delle grandezze massime, si dirà da* 680 *ducati, perchè uno è stato improntato alla colonna de' tarì, toltine* 469 *restano* 211, *e si segnerà tal quale sot-*

to la propria colonna ; e si avrà in tal modo operando , il residuo che si cerca.

Lo stesso metodo si terrà per gli altri esempii qui sotto segnati.

Secoli	Anni	Mesi	Giorni	Ore	Min. I.	Min. II.
434 .	78 .	4 .	17 .	18 .	17 .	43
139 .	98 .	11 .	19 .	19 .	39 .	48
294 .	79 .	4 .	27 .	22 .	37 .	55

Cantaia	Rotola	Libbre	Once	Dramme	Scrupoli	Acini.
147 .	17 .	0 .	0 .	7 .	0 .	15
97 .	47 .	1 .	4 .	8 .	2 .	18
49 .	69 .	1 .	7 .	8 .	0 .	17

Canne	8 Palmi	12 Once	5 Minuti
619 .	4 .	5 .	1
174 .	6 .	11 .	3
444 .	5 .	5 .	3

§ III. DEL MOLTIPLICARE.

D. Nel moltiplicare i numeri denominati come si debbono disporre le grandezze date, e come si dee operare?

R. Nel moltiplicare i numeri denominati si debbono disporre le grandezze date in questa guisa:

Si situeranno le grandezze minime a destra, come nell'altre operazioni, e quindi man mano le grandezze prossimamente maggiori. Il moltiplicatore si situerà sotto le grandezze minime, e quindi sotto tutte si tirerà una linea.

Si dee poi operare nel seguente modo:

Si principieranno a moltiplicare le grandezze minime, ed il prodotto, s'è maggiore del numero che compone l'unità della grandezza prossimamente maggiore, si dividerà per questo numero: il quoziente si riporterà come tante unità alla colonna seguente, ed il residuo, se ve n'è, si segnerà tal quale sotto la propria colonna; e così si osserverà man mano per le altre grandezze. Il prodotto poi dell'ultima colonna, o sia delle grandezze massime, si segnerà tal quale, unitamente al riporto dell'antecedente colonna, se riporto vi è.

ESEMPIO

Dovendosi moltiplicare 316 ducati, 4 tari, 19 grani, e 7 calli per 8, si disporranno prima di ogni altro queste grandezze nel modo già detto, e quindi s'incomincerà ad operare.

	5	20	12
Ducati	Tarì	Grani	Calli
316 .	4 .	19 .	7
			8
2535 .	4 .	16 .	8

Ed incominciando da destra l'operazione dalle grandezze minime, si dirà: 8 *via* 7 *fan* 56, *che dividendosi per* 12, *si avrà un quoziente di* 4 *grani che si porterà alla colonna seguente, e si segnerà il residuo* 8 *sotto la propria colonna. Quindi si passerà alla moltiplicazione delle grandezze prossimamente maggiori, e si dirà* 8 *via* 19 *fan* 152 *e* 4 *si portano, e sono* 156, *che diviso per* 20, *si avrà un quoziente di* 7, *che si porterà alla colonna seguente, e si noterà il residuo* 16 *sotto la propria colonna. Poscia si passerà alla moltiplicazione della colonna de' tarì, e si dirà* 8 *via* 4 *fan* 32 *e* 7 *che si portano, e sono* 39, *che diviso per* 5, *si avrà un quoziente di* 7, *che si porterà alla colonna seguente, e si noterà il residuo* 4 *sotto la propria colonna. Finalmente si moltiplicherà la colonna de' ducati, ch'è la grandezza massima, e si dirà:* 8 *via* 316, *fan* 2528 *e* 7 *che si portano, e sono* 2535, *che si segnerà tal quale sotto la propria colonna per essere l'ultima moltiplicazione.*

Lo stesso metodo si terrà per gli altri esempi qui segnati.

Secoli	100 Anni	12 Mesi	30 Giorni	24 Ore	60 Min. I.	60 Min. II.
681 .	49 .	11 .	27 .	13 .	51 .	43
						64
43615 .	99 .	6 .	24 .	23 .	9 .	52

Cantaia	100 Rotola	3 Libbre	12 Once	10 Dramme	3 Scrupoli	20 Acini
360 .	17 .	1 .	0 .	0 .	1 .	18
						381
137226 .	4 .	2 .	0 .	1 .	0 .	18

Canne	8 Palmi	12 Once	5 Minuti
641 .	3 .	7 .	2
			43
27582 .	3 .	6 .	1

§ IV. Del dividere

D. Nel dividere i numeri denominati come si debbono disporre le grandezze date, e come si dee operare?

R. Nel dividere i numeri denominati si debbono disporre le grandezze date nel seguente modo.

Si situerà il divisore a sinistra ed il dividendo a destra, come nella semplice divisione; le diverse grandezze del dividendo si situeranno come nelle operazioni già fatte: finalmente sotto del divisore si tirerà una linea.

Si dee poi operare in questa guisa.

S'incomincerà la divisione per la grandezza massima; il residuo, se ve n'è, si ridurrà alla grandezza prossimamente minore, col moltiplicarlo cioè pel numero che compone l'*unità* della grandezza prossimamente maggiore, ed al prodotto vi si aggiungerà, sommando, la grandezza prossimamente minore, se ve n'è, e quindi si farà la divisione; e così si proseguirà l'operazione per tutte le grandezze, notando nel quoziente separatamente le grandezze, come nel dividendo. L'ultimo residuo si rimarrà tal quale.

ESEMPIO

Sia da dividersi 118 ducati, 3 tarì, 18 grani, e 9 calli per 8 : si disporranno prima di tutto le grandezze nel modo già detto, e quindi s' incomincerà ad operare.

		5	20	12
	Ducati	Tarì	Grani	Calli
8	118 .	3 .	18 .	9
14.4.4.10	8.	33	38	81
	——	32	32	8
	38	—	—	—
	32	-1	-6	-1
	——			
	-6			

Ed incominciando l'operazione dalla grandezza massima, si divideranno i 118 *ducati per* 8*: il quoziente* 14 *si noterà a sinistra del divisore, ed il residuo* 6 *onde ridurlo alle grandezze prossimamente minori, che sono i tarì, si moltiplicherà per* 5*, poichè ogni* 5 *tarì formano un ducato, e sono* 30*, e* 3 *che vi si aggiunge, e sono* 33*, che si dividerà per* 8*; il quoziente si segnerà a fianco al primo col separarlo con un punto, ed il residuo* 1 *si convertirà in grandezze prossimamente minori, e si avrà* 20 *e* 18 *che si aggiungono, e son* 38*, che si dividerà per* 8*: il quoziente* 4 *si noterà come gli altri, ed il residuo* 6 *si convertirà in grandezze prossimamente minori, e si avrà* 72*, e* 9 *che si aggiungono e sono* 81*, che si dividerà per* 8*, si avrà* 10 *per quoziente, che si segnerà come gli altri, ed il residuo* 1 *si rimarrà tal quale perchè ultimo.*

Lo stesso metodo si terrà per gli altri esempii qui appresso segnati.

	S.	A.	M.	G.	O.	M.I.	M.II.
		100	12	30	24	60	60
461	681	41	6	19	19	48	53
1.47.9.22.11.51.38.	461	22041	4494	10369	5467	23808	17873
	220	1844	4149	922	461	2305	1383
		-3601	-345	1149	-857	-758	-4043
		3227		922	461	461	-3688
		-374		-227	396	297	-355

	Cant.	Rot.	Lib.	Onc.	Dram.	Scru.	Acin.
		100	3	12	10	3	20
37	39	7	1	0	4	0	14
1.5.1.9.7.1.4.	37	207	67	360	274	45	174
	-2	185	37	333	259	37	148
		-22	30	-27	-15	-8	-26

	Canne	Palmi	Once	Minuti
		8	12	5
15	364	7	11	3
24.2.7.4.	30	39	119	73
	-64	30	105	60
	60	-9	-14	13
	4			

ESAME

D. Qual è la pruova di queste quattro operazioni ?
R. La pruova di queste quattro operazioni è la stessa di quella de' semplici interi ; ma si esegue all' uso de' denominati.

PARTE SECONDA

DE' ROTTI

D. Che cosa è il *Rotto* ?
R. Il *Rotto*, altrimenti detto *fratto* o *frazione*, altro non è se non quella espressione numerica che dinota le diverse parti in cui ha potuto essere divisa una unità di qualunque specie. Come pure ogni espressione numerica che dinota le diverse parti in cui ha potuto essere diviso un rotto si dice *rotto di rotto*; e così procedendosi all' infinito.
D. Di quanti numeri si compone un rotto ?
R. Un rotto si compone sempre di due numeri separati l'uno dall'altro per mezzo di una linea; uno de' quali si scrive sopra , e l' altro sotto , come $^3/_4$: il primo si chiama *Numeratore* perchè *numera* le parti prese dall' unità ; ed il secondo si dice *Denominatore* perchè *denomina* in quante parti è stata divisa l'unità. Intanto si pronunziano i rotti in questa guisa $^1/_2$ $^3/_4$ $^5/_7$ ec. *un mezzo* , *tre quarti* , *cinque settimi* ec.

D. Di quante specie sono i rotti?

R. I rotti sono di due specie, cioè *veri* e *falsi*: si dice *rotto vero* quello che ha il numeratore *minore* del denominatore, come $^3/_5$: si dice poi *rotto falso* quello che ha il numeratore *eguale* o *maggiore* del denominatore, come $^6/_6$ o $^7/_4$; dal che ne segue: 1°. che quel rotto che ha il numeratore minore del denominatore è minore dell' unità; 2°. che quel rotto che ha il numeratore eguale al denominatore è uguale all' unità; e 3°. che quel rotto che ha il numeratore maggiore del denominatore è maggiore dell' unità, come il tutto qui appresso meglio vedremo.

D. Cosa fa d' uopo sapere prima di passare alla somma, sottrazione, moltiplica e divisione de' rotti?

R. Prima di passare alle suindicate operazioni fa d' uopo sapere:

1°. i segni che si usano nel calcolo de' rotti;

2°. il modo di ridurre i rotti ad interi, e viceversa gl' interi a rotti;

3°. il modo di ridurre l' intero col rotto ad un solo rotto;

4°. il modo di ritrovare la massima comune misura tra due numeri dati;

5°. il modo di ridurre i rotti a minimi termini:

6°. il modo di ridurre il rotto di rotto ad un solo rotto;

7°. il modo di ridurre i rotti di diverso denominatore allo stesso denominatore:

8.° finalmente il modo di valutare i rotti.

D. Quali sono quei segni che si usano nel calcolo de' rotti?

R. I segni che si usano nel calcolo de' rotti sono i seguenti:

Il segno + significa *più*, o sia il sommare. Il segno — significa *meno*, o sia il sottrarre. Il segno × significa *moltiplica*. Il segno • significa *divisione*. Finalmente il segno = significa *eguale*. Cosi p. e.: $4 + 6 + 10 = 20 - 18 = 2 \times 6 = 12 \cdot 4 = 3$; e si legge in tal modo: 4 più 6 più 10 è uguale a 20, meno 18 è uguale a 2, il quale moltiplicato per 6 è uguale a 12, che diviso per 4 è uguale a 3.

D. Come si riduce il rotto ad intero, e viceversa l'intero a rotto?

R. Si riduce il rotto ad intero nel seguente modo. Si dividerà il numeratore pel denominatore, il quoziente dinota gl' interi, e del residuo, se ve n' è, se ne comporrà una frazione vera, col porsi cioè per numeratore il residuo, e per denominatore lo stesso di quello della frazione falsa (1). Così p. e. dovendosi ridurre il rotto $^{17}/_{3}$ ad interi, si dividerà 17 per 3; il quoziente 5 dinota gl' interi, e del residuo 2 se ne compone la frazione vera $^{2}/_{3}$.

In quanto poi al modo di ridurre gl' interi a rotti è mestieri sapere, se gl'interi debbono ridursi a rotto semplice, o a rotto di un dato denominatore. Nel primo caso non si dee far altro che dare agl' interi il numero semplice 1 per denominatore; così dovendosi ridurre il numero 3 a rotto semplice, gli si darà 1 per denominatore, e si avrà il rotto $^{3}/_{1}$ che ridotto ad intero è uguale a 3. Nel secondo caso poi si dovranno

(1) Sempre però qui trattasi de' rotti *spurii*, o siano falsi, e non mai de' rotti veri; perchè questi, come abbiam veduto, essendo minori dell' unità non possono dividersi, per essere il divisore maggiore del dividendo.

moltiplicare gl' interi pel dato denominatore, ed al prodotto si soscriverà per denominatore lo stesso denominatore proposto. Così p. e. dovendosi 3 interi ridurre a quarti, si moltiplicherà il 3 pel 4, ed al prodotto 12 si soscriverà lo stesso denominatore 4 proposto, e si avrà la frazione $^{12}/_{4}$, che ridotta questa frazione ad interi sarà uguale a 3 interi.

D. Come si riduce l'intero col rotto ad un solo rotto.

R. Si riduce l' intero col rotto ad un solo rotto in questa guisa.

Si moltiplicherà l'intero pel denominatore della sua frazione: al prodotto avuto si aggiungerà, sommando, il numeratore della medesima frazione, ed alla somma si soscriverà per denominatore quello stesso della frazione. Così p. e. dovendosi 17 $^{3}/_{4}$ ridurre ad un solo rotto, si moltiplicherà il 17 per 4, ed al prodotto 68 si aggiungerà il numeratore 3, ed all' intero 71 si soscriverà lo stesso denominatore 4, e si comporrà la frazione $^{71}/_{4}$, che ridotta ad interi, è uguale a 17 interi e $^{3}/_{4}$.

D. Come si ritrova la massima comune misura tra due numeri dati?

R. Si ritrova la massima comune misura (1) tra due numeri dati nel seguente modo:

(1) *Massima comune misura* si dice quel numero che divide esattamente val dire senza residuo alcuno, due numeri dati. Intanto l'analizzeremo voce per voce.

Misura di un numero si chiama un altro numero, che *misura* quello, e lo divide esattamente: p. e. 3 è *misura* di 12; 8 è *misura* di 24; ma 5 non è *misura* di 13 ec. dal che ne deriva che alcuni numeri si possono misurare, altri nò, e specialmente i numeri dispari.

Comune misura di due numeri si chiama un altro nu-

Si dividerà il numero maggiore pel minore, e senza tenersi conto del quoziente, si noterà il residuo: quindi si dividerà il numero minore pel residuo, e senza tenersi conto del quoziente, si noterà il secondo residuo: indi si dividerà il primo pel secondo residuo, e senza tenersi conto del quoziente, si noterà il terzo residuo: si dividerà poscia il secondo pel terzo residuo, e senza tenersi conto del quoziente, si noterà il quarto residuo; e così si proseguirà sintantochè niun residuo rimanga dalla divisione; ed allora l'ultimo residuo, o sia l'ultimo divisore è la *massima comune misura*, perchè, come nella nota si è detto, divide esattamente i due numeri dati (1). Dovendosi p. e. ritrovare la massima comune misura de' numeri 30 e 18, si dividerà il numero maggiore 30 pel minore 18, e senza tenersi conto del quoziente, si noterà il residuo 12: si dividerà poi il numero minore 18 pel residuo 12, e senza tenersi conto del quoziente, si noterà il secondo residuo 6: si dividerà quindi il primo residuo 12 pel secondo 6, e poichè da questa divisione niun residuo rimane, così 6, ch'è l'ultimo divisore, è la massima comune

mero che li *misura* e li divide esattamente: p. e. 3 è *misura comune* di 12 e 18; 6 è *misura comune* di 24 e 30; ma 5 non è *misura comune* di 15 e 18.

Finalmente *massima comune misura* si dice la più grande misura di tutte le comuni misure di due numeri: p. e. tutte le comuni misure de' numeri 18 e 30 sono 1. 2, 3, e 6, delle quali 6 è la più grande, quindi il numero 6 dicesi la *massima comune misura* de' numeri 18 e 30.

(1) Non tutte le volte che si vuole può trovarsi la *massima comune misura* tra due numeri dati, e specialmente tra due numeri dispari, che accadendo si va a ridurre al numero semplice 1, come tra' due numeri p. e. 13 e 17.

misura de' numeri 30 e 18: di fatti li divide esattamente.

D. Come si riducono i rotti a minimi termini?

R. Si riducono i rotti a minimi termini nel seguente modo.

Si troverà primieramente la massima comune misura del numeratore e del denominatore della frazione data a ridurre: quindi si dividerà per la già ritrovata massima comune misura tanto il numeratore che il denominatore; e finalmente de' rispettivi quozienti se ne comporrà una frazione semplicissima, che uguaglia in valore quella data a ridurre (1). Così p. e. sia da ridursi a minimi termini la frazione $^{18}/_{30}$; si troverà prima la massima comune misura de' due numeri 18 e 30, che è 6; quindi per questa massima comune misura si dividerà 18 e 30, finalmente de' rispettivi quozienti 3 e 5 si comporrà la frazione semplicissima $^{3}/_{5}$, che uguaglia quella di $^{18}/_{30}$.

D. Come si riduce il rotto di rotto ad un solo rotto?

R. Si riduce il rotto di rotto ad un solo rotto nel seguente modo:

Si moltiplicheranno tra di loro tutt' i numeratori, e quindi tutti i denominatori; e de' rispettivi prodotti se ne comporrà un solo rotto. Così p. e. siano da ridursi i rotti di rotti $^{3}/_{4}$ di $^{5}/_{7}$, si molti-

(1) Di fatti il vero scopo della riduzione delle frazioni a minimi termini si è quello di ritrovare una frazione più semplice, ma che uguagli in valore la frazione data, onde così agevolare le operazioni aritmetiche, il che meglio si vedrà nell' Aritmetica teoretica.

Ben vero però, siccome non sempre può trovarsi la massima comune misura tra due numeri dati; così non sempre si possono i rotti ridurre a minimi termini, come sarebbe per esempio la frazione $^{13}/_{17}$ o $^{48}/_{97}$ ec.

plicherà 3 per 5 , e 4 per 7 : e de'prodotti 15 e 28 se ne comporrà la frazione $^{15}/_{28}$.

D. Come si riducono i rotti di diverso denominatore allo stesso denominatore ?

R. Si riducono i rotti di diverso denominatore allo stesso denominatore nel seguente modo.

Si moltiplicherà, incominciando da sinistra a destra, il numeratore di ciascuna frazione per tutt'i denominatori successivamente di tutte le altre frazioni, menochè pel denominatore proprio : quindi ogni prodotto di ciascun numeratore servirà per numeratore della nuova frazione. Finalmente si moltiplicheranno tra di loro, incominciando sempre da sinistra a destra, tutt'i denominatori, ed il prodotto si segnerà, qual denominatore comune, sotto tutt'i nuovi numeratori già ritrovati dalla moltiplicazione di ciascun numeratore per tutt'i denominotori di ciascuna frazione, menochè pel proprio denominatore, come si è detto. Così per esempio dovendosi ridurre i rotti $^{3}/_{4}$ $^{5}/_{8}$ $^{7}/_{9}$ $^{2}/_{3}$ allo stesso denominatore, si moltiplicherà il numeratore 3 pel denominatore 8, il prodotto 24 si moltiplicherà per 9 , il prodotto 216 per 3 , e si avrà il prodotto 648 : quindi si praticherà lo stesso pel numeratore 5, 7, e 2 , e si avranno i prodotti 540 , 672, e 576 ; quindi si moltiplicheranno tra di loro i denominatori 4, 8, 9, e 3, ed il prodotto 864 si soscriverà a' numeratori 648, 540, 672 , e 576, e si avranno le frazioni $^{648}/_{864}$ $^{540}/_{864}$ $^{672}/_{864}$ $^{576}/_{864}$ tutte dello stesso denominatore.

D. Come si valutano i rotti?

R. Si valutano i rotti nel seguente modo :

Prima di ogni altro è necessario sapere a qual grandezza denominata si rapporta la frazione data a valutare, il che saputosi, si moltiplicherà il nu-

meratore per la grandezza prossimamente minore, ed il prodotto si dividerà pel denominatore: se dalla divisione vi rimane alcun residuo, si moltiplicherà questo per la sua grandezza prossimamente minore, ed il prodotto si dividerà per lo stesso denominatore; e così si praticherà pure per gli altri residui, se ve ne sono: il residuo poi della grandezza minima resterà come indivisibile. Sia p. e. da valutarsi il rotto $^3/_8$ di ducato: si moltiplicherà il numeratore 3 per la grandezza prossimamente minore, ch'è 5, o sia de'tarì, e si avrà 15, il quale diviso per 8, si avrà 1 tarì: il residuo 7 si moltiplicherà per 20, ch'è la grandezza prossimamente minore ossia delle grana, ed il prodotto 140 si dividerà per lo stesso denominatore 8, e si avranno 17 grani: il residuo 4 si moltiplicherà per 12, ch'è la grandezza prossimamente minore, ossia de'calli, ed il prodotto 48 si dividerà per lo stesso denominatore 8, e si avranno, senza rimanere alcun residuo, 6 calli. Sicchè il rotto $^3/_8$ di ducato equivale ad 1 tarì, 17 grani, e 6 calli, ossia a 37 grani e 6 calli.

Del Sommare, Sottrarre, Moltiplicare, e Dividere i Rotti

§. I. DEL SOMMARE (1).

D. Quanti casi possono accadere nel sommare i rotti, e come si risolvono?

R. Nel sommare i rotti possono accadere *quattro* casi, e si risolvono come segue:

(1) Si tralascerà in queste quattro operazioni la dimanda del come disporre i rotti dati ad operare, non po-

1.° *Sommare più rotti dello stesso denominatore* in questo caso, dopo di aver disposti i rotti uno presso l'altro incominciando da sinistra a destra, si sommeranno tutt' i numeratori, ed alla somma si soscriverà il denominatore comune; la frazione che ne risulta sarà la somma di tutte le frazioni date a sommare. Ben vero però se la frazione avuta è falsa, si ridurrà a rotto vero, e se frazione alcuna rimane, si ridurrà, se si può, a minimi termini (1).

2.° *Sommare più rotti di diverso denominatore*, in questo caso si ridurranno prima le frazioni allo stesso denominatore, e quindi si opererà come nel caso 1.°

3.° *Sommare interi e rotti dello stesso denominatore*, in questo caso, dopo di aver disposti gl'interi ed i rotti in colonna, e dopo di avervi tirata sotto una linea, si sommeranno prima i rotti come nel caso 1°; la frazione avuta, se è falsa, si ridurrà a rotto vero, il residuo, se ve n'è, si segnerà sotto i rotti, e gl'interi, se ve ne sono, si riporteranno alla colonna degl'interi; quindi si sommeranno gl' interi.

4.° Finalmente. *Sommare interi e rotti di diverso denominatore*, in quest'ultimo caso si ridurranno prima le frazioni allo stesso denominatore, e quindi si opererà come nel caso 3.°

tendosi stabilire una regola generale, mentr' essi mutano spesso di posizione secondo i casi che si presentano, in conseguenza si enuncierà la loro posizione caso per caso, in quel caso ohe si tace, si situeranno come nel caso precedente.

(1) Questa osservazione si abbia presente in tutt' i casi, e per tutte e quattro le operazioni.

ESEMPIO DEL 1.° CASO.

$$3/9 + 4/9 + 7/9 + 5/9 = 19/9 = 2 + 1/9$$

Sieno da sommarsi le frazioni $3/9$ $4/9$ $7/9$ $5/9$, *si sommeranno tutti e quattro i numeratori, e si avrà* 19, *a questa somma si soscriverà il denominatore comune* 9, *e si avrà la frazione spuria* $19/9$, *la quale ridotta a rotto vero, è uguale a* 2 *interi più* $1/9$.

ESEMPIO DEL 2.° CASO.

$$\frac{3}{5}+\frac{5}{8}+\frac{2}{3}+\frac{4}{7}=\frac{504}{}+\frac{525}{840}+\frac{560}{}+\frac{480}{}=\frac{2069}{840}=2+\frac{389}{840}$$

Sieno da sommarsi le frazioni $3/5$ $5/8$ $2/3$ $4/7$, *si ridurranno prima allo stesso denominatore, e si avranno le altre frazioni* $504/840$ $525/840$ $560/840$ $480/840$, *quindi si sommeranno, e si avrà la frazione* $2069/840$, *la quale essendo falsa, si ridurrà, e si avranno* 2 *interi, ed il residuo* $389/840$, *qual residuo resta tal quale per non potersi ridurre a minimi termini.*

ESEMPIO DEL 3.° CASO.

$$13\frac{4}{9}$$
$$9\frac{7}{9}$$
$$20\frac{5}{9} = \frac{29}{9} = 3 + \frac{2}{9}$$
$$18\frac{1}{9}$$
$$6\frac{4}{9}$$
$$15\frac{8}{9}$$
$$\overline{84\frac{2}{9}}$$

Sieno da sommarsi gl'interi co'rotti 13 $^4/_9$ + 9 $^7/_9$ + 20 $^5/_9$ + 18 $^1/_9$ + 6 $^4/_9$ + 15 $^8/_9$, *si sommeranno prima tutt' i numeratori, e si avrà* 29 : *a questa somma si soscriverà il denominatore comune, e si avrà la frazione* $^{29}/_9$, *la quale ridotta è uguale a* 3 *interi più* $^2/_9$; *questi* $^2/_9$ *si segneranno come residuo de' rotti sotto la colonna de' rotti : e finalmente i* 3 *interi si riporteranno alla colonna degl'interi, che sommati fanno* 84.

ESEMPIO DEL 4.° CASO.

$$\begin{array}{r} 43\,\frac{2}{3} \\ 16\,\frac{3}{5} \\ 14\,\frac{5}{8} \\ 8\,\frac{3}{7} \\ \hline 83\,\frac{249}{840} \end{array} = \frac{560}{} + \frac{504}{840} + \frac{525}{} + \frac{360}{} = \frac{1949}{840} = 2 + \frac{269}{840}$$

Sieno da sommarsi gl' interi co' rotti 43 ²/₃ + 16 ³/₅ + 14 ⁵/₈ + 8 ³/₇, *si ridurranno prima i rotti allo stesso denominatore*, *e quindi si opererà tal quale come nel caso precedente.*

§. II. DEL SOTTRARRE.

D. Quanti casi possono accadere nel sottrarre i rotti, e come si risolvono?

R. Nel sottrarre i rotti possono accadere *sei* casi, e si risolvono come segue.

1.° *Sottrarre un rotto da un altro dello stesso denominatore*, in questo caso, dopo di aver disposto il rotto da cui dee sottrarsi a sinistra, e quello da sottrarsi a destra, dal numeratore del rotto mag-

giore (1) si sottrarrà il numeratore del rotto minore, ed al residuo si soscriverà il denominatore comune, ed è questa frazione la differenza che si va cercando.

2.° *Sottrarre un rotto da un altro di diverso denominatore*, in questo caso si ridurranno primieramente i rotti allo stesso denominatore, ed indi si farà la sottrazione come nel 1.° caso.

3.° *Sottrarre il rotto dall'intero*, in questo caso si distaccherà dall' intero una unità, e si converta questa unità in rotto dello stesso denominatore di quello del rotto dato; e quindi dalle due frazioni si farà la sottrazione come nel 1.° caso.

4.° *Sottrare dall'intero col rotto minore un rotto maggiore dello stesso denominatore*, in questo caso si distaccherà dall'intero una unità e si convertirà in fratto dello stesso denominatore e si unisca alla sua frazione, e quindi si opererà come nel 1.° caso.

5.° *Sottrarre dall'intero col rotto maggiore un intero col rotto minore di diverso denominatore*, in questo caso, dopo di aver disposti i rotti e gl' interi l' uno sotto dell' altro, si ridurranno le frazioni allo stesso denominatore, e quindi si opererà pe' rotti come ne' casi precedenti: finalmente si sottrarranno gl' interi.

6.° Finalmente. *Sottrarre dall'intero col rotto minore un intero col rotto maggiore di diverso denominatore*, in quest'ultimo caso al rotto minore si accrescerà una unità convertita in fratto dello stesso denominatore di quello della sua frazione;

(1) Allorchè i rotti sono dello stesso denominatore, il maggiore è sempre quello che ha il numeratore più grande. Avendo poi un diverso denominatore, in allora per conoscere qual sia il maggiore fa d'uopo ridurli allo stesso denominatore.

quindi i rotti si ridurranno allo stesso denominatore, e finalmente si farà la sottrazione come nel caso precedente.

ESEMPIO DEL 1.° CASO.

$$\frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9} \text{ o sia } \frac{1}{3}$$

Sia da sottrarsi $4/9$ da $7/9$, dal numeratore del rotto maggiore, ch' è $7/9$ si sottrarrà il numeratore del rotto minore, ch' è $4/9$, ed al residuo 3 si soscriverrà il denominatore comune, e si avrà la differenza che si cerca in $3/9$, quale frazione ridotta è uguale ad $1/3$.

ESEMPIO DEL 2.° CASO.

$$\frac{7}{11} - \frac{5}{9} = \frac{63}{99} - \frac{55}{99} = \frac{8}{99}$$

Sia da sottrarsi $5/9$ da $7/11$, si ridurranno queste due frazioni allo stesso denominatore, e si avranno le frazioni $63/99$ e $55/99$: quindi oparando come nel caso 1.° si avrà il residuo in $8/99$.

ESEMPIO DEL 3.° CASO.

$$3 - \frac{4}{5} = 2\ \frac{5}{5} - \frac{4}{5} = 2 + \frac{1}{5}$$

Sia dall'intero 3 da sottrarsi il rotto $4/5$, si distaccherà dall'intero 3 una unità e si converta in fratto dello stesso denominatore di quello della

frazione data, e si avranno le due frazioni $5/5$ *e* $4/5$ *ed operandosi come ne' precedenti casi, si avrà il residuo* $2 + 1/5$.

ESEMPIO DEL 4.° CASO.

$$3\frac{1}{6} - \frac{5}{6} = 2\ \frac{7}{6} - \frac{5}{6} = 2\ + \frac{2}{6} \text{ o sia } \frac{1}{3}$$

Sia da sottrarsi $5/6$ *da* $3\ 1/6$, *si distaccherà dall' intero* 3 *una unità e si converta in fratto dello stesso denominatore e si accoppii con la sua frazione* $1/6$, *e si avranno le due frazioni* $7/6$ *e* $5/6$, *ed operando come ne' casi precedenti, si avrà il residuo in* $2 + 2/6$ *o sia* $1/3$.

ESEMPIO DEL 5.° CASO.

$$\begin{array}{l} 7\frac{4}{5} \\ 4\frac{2}{7} \\ \hline 3\frac{18}{35} \end{array} \qquad \frac{28}{35} - \frac{10}{35} = \frac{18}{35}$$

Sia da sottrarsi $4\ 2/7$ *da* $7\ 4/5$, *si ridurranno le frazioni allo stesso denominatore, e si farà la sottrazione come ne' casi precedenti, il residuo* $18/35$ *si segnerà sotto i rotti, e quindi si sottrarranno gl'interi, e si avrà il residuo totale in* $3\ 18/35$.

ESEMPIO DEL 6.° CASO.

$$\begin{array}{r} 7\frac{1}{9} \\ 4\frac{4}{7} \\ \hline 2\frac{34}{63} \end{array} = 6\frac{10}{9} - 4\frac{4}{7} = 6\frac{70}{63} - 4\frac{36}{63} = 2 + \frac{34}{63}$$

Sia da sottrarsi $4\,{}^{4}/_{7}$ *da* $7\,{}^{1}/_{9}$, *essendo* ${}^{1}/_{9}$ *minore di* ${}^{4}/_{7}$, *così si prenderà una unità dal* 7, *e si converta in fratto dello stesso denominatore della sua frazione, ed unita a questa fanno* ${}^{10}/_{9}$, *quindi le due frazioni* ${}^{10}/_{9}$ *e* ${}^{4}/_{7}$ *si riducano allo stesso denominatore*, *e quindi si farà la sottrazione come ne' casi precedenti.*

§. III. DEL MOLTIPLICARE.

D. Quanti casi possono accadere nel moltiplicare i rotti, e come si risolvono?

R. Nel moltiplicare i rotti possono accadere *cinque* casi, e si risolvono come segue:

1.° *Moltiplicare un rotto per un altro*, in questo caso, dopo di aver situato un rotto a fianco all'altro incominciando da sinistra a destra, si moltiplicherà l'un numeratore per l'altro, e l'un denominatore per l'altro, quindi de' rispettivi prodotti se ne comporrà una frazione, ch'è il prodotto generale che si va cercando.

2.° *Moltiplicare un intero per un rotto*, in questo caso si ridurrà l'intero a rotto semplice, cioè col soscriverci sotto la semplice unità, come innanzi si è detto; e quindi si farà la moltiplicazione come nel 1.° caso (1).

3.° *Moltiplicare l'intero per l'intero e rotto*, in questo caso si ridurrà l' intero a rotto semplice; l' intero e rotto si ridurrà ad un solo rotto, e quindi si farà la moltiplicazione come nel 1.°caso.

4.° *Moltiplicare l' intero e rotto pel rotto*, in questo caso l'intero e rotto si ridurrà ad un solo rotto, e quindi si farà la moltiplicazione come nel 1.° caso.

5.° Finalmente. *Moltiplicare l' intero e rotto per l' intero e rotto*, in quest' ultimo caso ciascheduno intero e rotto si ridurrà ad un solo rotto, e quindi si farà la moltiplicazione.

ESEMPIO DEL 1.° CASO.

$$\frac{3}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{18}{56}, \text{ o sia } \frac{9}{28}$$

Sia da moltiplicarsi 3/8 *per* 6/7, *si moltiplicherà il numeratore* 3 *pel numeratore* 6, *e si avrà* 18; *quindi si moltiplicherà il denominatore* 8 *pel denominatore* 7, *e si avrà* 56 : *da' due prodotti* 18 *e* 56 *se ne comporrà la frazione* 18/56, *che ridotta è uguale a* 9/28, *ch' è il prodotto che si va cercando.*

(1) Col medesimo metodo si opererà pure per l' inverso, o sia nel moltiplicare un rotto per un intero. La stessa osservazione valga pel caso 3.° e 4.°

ESEMPIO DEL 2.° CASO.

$$7 \times \frac{4}{9} = \frac{7}{1} \times \frac{4}{9} = \frac{28}{9} = 3 + \frac{1}{9}$$

$$\frac{4}{9} \times 7 = \frac{4}{9} \times \frac{7}{1} = \frac{28}{9} = 3 + \frac{1}{9}$$

Sia da moltiplicarsi 7 interi per lo rotto 4/9, si ridurrà il 7 a rotto semplice, e si avrà 7/1, che moltiplicato, come nel caso 1°, pel rotto 4/9, si avrà la frazione 28/9, che ridotta, è uguale a 3 interi + 1/9. Lo stesso è per l'esempio inverso.

ESEMPIO DEL 3°. CASO

$$7 \times 4\frac{5}{8} = \frac{7}{1} \times \frac{37}{8} = \frac{259}{8} = 32 + \frac{3}{8}$$

$$4\frac{5}{8} \times 7 = \frac{37}{8} \times \frac{7}{1} = \frac{259}{8} = 32 + \frac{3}{8}$$

Sia da moltiplicarsi l'intero 7 per lo intero 4 ed il rotto 5/8, l'intero 7 si ridurrà a rotto semplice 7/1; l'intero col rotto 4 5/8 si ridurrà ad un solo rotto, e si avrà 37/8; quindi queste due frazioni moltiplicate come pel caso 1°. si ha il prodotto generale nella frazione 259/8, che ridotta, è uguale a 32 interi + 3/8. Lo stesso è per l'esempio inverso.

Esempio del 4.° caso.

$$7\frac{4}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{53}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{265}{63} = 4 + \frac{13}{65}$$

$$\frac{5}{9} \times 7\frac{4}{7} = \frac{5}{9} \times \frac{53}{7} = \frac{265}{63} = 4 + \frac{13}{63}$$

Sia da moltiplicarsi 7 $^4/_7$ pel rotto $^5/_9$, si ridurrà l'intero 7 col rotto ad un solo rotto, e si avrà $^{53}/_7$; quindi le due frazioni $^{53}/_7$ e $^5/_9$ si moltiplicheranno come nel caso 1°, e si avrà il prodotto generale nella frazione $^{265}/_{63}$, che ridotta, è uguale a 4 interi + $^{13}/_{63}$. Lo stesso è per l'esempio inverso.

Esempio del 5.° caso.

$$4\frac{5}{7} \times 12\frac{7}{8} = \frac{33}{7} \times \frac{103}{8} = \frac{3399}{56} = 60 + \frac{39}{56}$$

Sia da moltiplicarsi 4 $^5/_7$ per 12 $^7/_8$, ciascheduno intero e rotto si ridurrà ad un solo rotto, e si avranno le frazioni $^{33}/_7$ e $^{103}/_8$, che moltiplicate come nel caso 1°, si avrà il prodotto generale nella frazione $^{3399}/_{56}$, che ridotta, è uguale a 60 interi + $^{39}/_{56}$.

§. IV. del dividere.

D. Quanti casi possono accadere nel dividere i rotti, e come si risolvono?

R. Nel dividere i rotti possono accadere *cinque* casi, e si risolvono come segue.

1°. *Dividere un rotto per un altro*, in questo caso, dopo di aver situato il rotto dividendo a sinistra, e'l divisore a destra, si moltiplicherà il numeratore del dividendo pel denominatore del divisore; quindi si moltiplicherà il numeratore del divisore pel denominatore del dividendo; e da' rispettivi prodotti se ne comporrà una frazione (cioè il primo prodotto per numeratore, ed il secondo per denominatore), la quale è il prodotto che si va cercando (1).

2°. *Dividere l' intero pel rotto*, in questo caso si ridurrà l'intero a rotto semplice, e quindi si farà la divisione come nel caso 1.°

3.° *Dividere l' intero e rotto pel rotto*, in questo caso si ridurrà l' intero e rotto ad un solo rotto, e quindi si farà la divisione come nel caso 1.°

4°. *Dividere l' intero col rotto per lo intero*, in questo caso l'intero e rotto si ridurrà ad un sol rotto; quindi l'intero si ridurrà a rotto semplice; e poscia si farà la divisione come nel caso 1.°

5.° Finalmente. *Dividere l'intero e rotto per lo intero e rotto*, in quest' ultimo caso ciaschedun intero e rotto si ridurrà ad un solo rotto, e quindi si farà la divisione come nel caso 1.°

(1) Alcuni per dividere i rotti imaginano il dividendo come rovesciato, val dire il numeratore qual denominatore, ed il denominatore qual numeratore, e quindi operare nella moltiplicazione; non abbiamo noi per altro voluto seguire tal regola, come quella che facilmente può dare occasione ad errare.

Esempio del 1.° caso.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{21}{20} = 1 + \frac{1}{20}$$

Sia da dividersi il rotto $3/4$ pel rotto $5/7$, si moltiplicherà il numeratore 3 pel denominatore 7: quindi si moltiplicherà pure il numeratore 5 pel donominatore 4; e de' due prodotti 21 e 20 se ne comporrà la frazione $21/20$, la quale ridotta, è uguale ad 1 intero + $1/20$, ch' è il quoziente che si cerca.

Esempio del 2.° caso.

$$7 \cdot \frac{3}{8} = \frac{7}{1} \cdot \frac{3}{8} = \frac{56}{3} = 18 + \frac{2}{3}$$

Sia da dividersi l'intero 7 pel rotto $3/8$, si ridurrà il 7 a rotto semplice, e si avrà la frazione $7/1$, ed operando come nel caso 1.° si avrà la frazione $56/3$, che ridotta, è uguale a 18 interi + $2/3$.

Esempio del 3.° caso.

$$3\,\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{25}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{200}{35} = 5 + \frac{25}{35} \text{ o sia } \frac{5}{7}$$

Sia da dividersi 3 $4/7$ per $5/8$, si ridurrà l'intero e rotto 3 $4/7$ ad un solo rotto, e si avrà la frazione $25/7$, quindi operandosi come nel caso 1°, si avrà la fraziane $200/35$, che ridotta, è uguale a 5 interi + $25/35$, o sia $5/7$.

Esempio del 4.° caso.

$$7\frac{4}{9} \cdot 9 = \frac{67}{9} \cdot \frac{9}{1} = \frac{67}{81}$$

Sia da dividersi 7 $^4/_9$ per 9 interi, si ridurrà l'intero e rotto 7 $^4/_9$ ad un solo rotto, e si avrà la frazione $^{67}/_9$, quindi si ridurrà il 9 a rotto semplice, e si avrà $^9/_1$: finalmente operando come nel caso 1.°, si avrà il quoziente nella frazione $^{67}/_{81}$.

esempio del 5° caso.

$$7\frac{4}{5} \cdot 10\frac{5}{8} = \frac{39}{5} \cdot \frac{85}{8} = \frac{312}{425}$$

Sia da dividersi 7 $^4/_5$ per 10 $^5/_8$, si ridurrà ciascuno intero e rotto ad un solo rotto, e si avranno le frazioni $^{39}/_5$ ed $^{85}/_8$, ed operando come nel caso 1°, si avrà la frazione $^{312}/_{425}$, la quale non si può ridurre.

ESAME.

D. Qual è la pruova di queste quattro operazioni?

R. La pruova di ciascuna di queste quattro operazioni è la stessa di quella de' numeri interi; ma eseguita all'uso de' rotti.

PARTE TERZA

DELLA REGOLA DEL TRE E SUE DIVERSE SPECIE.

D. Che cosa è la Regola del *Tre*: come si divide; e quali altre regole ne nascono da essa?

R. La regola del *Tre* è un' operazione per cui dati tre numeri, ritrovare il quarto in proporzione (1). Essa si divide in due specie, cioè in Regola del Tre *Semplice*, ed in Regola del Tre *Composta*, divisa ciascuna in *Diretta*, ed *Inversa*.

Dalla Regola del *Tre* ne nascono ancora delle altre Regole, dette cioè *Regola della Società*, divisa in semplice e composta; *Regola dell' Allegazione*, divisa pure in semplice e composta; e *Regola del falso*, diviso in semplice e doppio.

D. In che differisce la Regola del Tre *Semplice* dalla *Composta*?

R. Differisce la Regola del Tre *Semplice* dalla *Composta* in ciò, che nel *Tre Semplice* si propone a risolvere una quistione aritmetica con tre soli dati, o sieno numeri, da ritrovare il quarto in proporzione; e nel *Tre Composto* si propone la quistione a risolvere con cinque dati, da ritrovare il sesto in proporzione.

(1) Comunemente questa Regola suol chiamarsi *Regola aurea*, ed a ragione, poichè l'uso di essa è per dir così *aureo* nella soluzione di qualsivoglia quistione aritmetica.

SEZIONE I.

Della Regola del Tre Semplice diretta *ed* inversa.

D. Come si conosce se una Regola del Tre Semplice è *diretta* o pure *inversa*?

R. Onde conoscersi se una Regola del Tre Semplice è *diretta* o pure *inversa* fa d'uopo prima di tutto attentamente considerare se il quarto numero che si va cercando debba esser maggiore o minore del secondo; dapoichè la Regola sarà *diretta* quantevolte dato il primo numero minore o maggiore del terzo, il quarto in proporzione debba esser maggiore o minore del secondo; e sarà *inversa* quando dato il primo numero minore o maggiore del terzo, il quarto che si va cercando debba essere minore o maggiore del secondo.

§. I. DEL TRE SEMPLICE DIRETTO.

D. Come si dee operare nel Tre Semplice *diretto*?

R. Nel Tre semplice *diretto* si dee operare come segue:

Si moltiplicherà il secondo pel terzo dato, ed il prodotto si dividerà pel primo; il quoziente che ne nascerà da questa divisione sarà il quarto in proporzione che si va cercando (1).

(1) Nel Tre semplice diretto uopo è conoscere, che il primo numero è sempre della medesima specie del terzo; ed il secondo, abbenchè di specie diversa, è sempre però di specie simile a quella del quarto numero.

Avvertiamo pure che questa Regola può eseguirsi non solo co' rotti, ma benanche con gl'interi e rotti.

ESEMPIO.

Con 200 ducati si son guadagnati 46 ducati : con 375 ducati quanti ducati si guadagneranno?

D. D. D.

200 . 46 . 375 . 86 $\frac{50}{200}$ o sia $\frac{1}{4}$

```
            ×
200       17250
          1600
-----     -----
86 1/4   - 1250
           1200
          -----
          — 50
```

Si moltiplicherà il secondo dato 46 *pel terzo* 375, *ed il prodotto* 17250 *si dividerà pel primo dato* 200, *il quoziente* 86 1/4 *sarà il quarto numero in proporzione che si va cercando; che valutando il rotto* 1/4 *di ducato, si troverà uguale a* 25 *grani.*

Dello stesso modo si risolvono pure gli esempii qui appresso.

Per calzare 1600 soldati vi abbisognano 300 ducati; per calzare 3840 soldati, quanti ducati vi abbisogneranno?

```
   1600  .  300  .  3840  .  720
                 ×
1600          1152000
-----
720
```

In 30 giorni si percorrono 750 miglia : in 17 giorni quante miglia si percorreranno ?

30 . 750 . 17 . 425 .

×

30 · 12750

425

§ II. DEL TRE SEMPLICE INVERSO.

D. Come si dee operare nel Tre semplice *inverso?*
R. Nel Tre semplice *inverso* si dee operare come segue

Si moltiplicherà il primo pel secondo dato, ed il prodotto si dividerà pel terzo dato, il quoziente che ne nascerà da questa divisione sarà il quarto dato che si va cercando.

ESEMPIO

912 soldati in 126 giorni han consumato una data quantità di pani: 2724 soldati in quanti giorni consumeranno detta quantità di pani?

912 . 126 . 2724 . 42 $\frac{504}{2724}$ o sia $\frac{42}{227}$

×

2724 114912

42 $\frac{504}{2724}$

Si moltiplicherà il primo dato 912 *pel secondo* 126 *ed il prodotto* 114912 *si dividerà pel terzo dato* 2724 ; *il quoziente* 42 $^{42}/_{227}$ *sarà il quarto dato*

che si va cercando : valutata però la frazione $^{42}/_{227}$, *è uguale a* 4 *ore*, 26 *min. primi*, 25 *min. secondi*, *e vi rimane la frazione incalcolabile* $^{205}/_{227}$ *di minuti secondi.*

In simil modo si risolvono pure gli altri esempii qui appresso.

612 fabbricatori edificano un palazzo in 34 giorni, 126 fabbricatori in quanti giorni edificheranno lo stesso palazzo ?

$$612 \quad . \; 34 \; . \; 126 \; . \; 165\frac{18}{126} \text{ o sia } \frac{1}{7}$$

$$\times$$

$$126 \quad 20808$$

$$165\frac{18}{126}$$

470 muli trasportano una certa quantità di orzo in 24 giorni, 248 muli in quanti giorni trasporteranno la medesima quantità di orzo ?

$$470 \quad . \; 24 \; . \; 248 \; . \; 45\frac{120}{248} \text{ o sia } \frac{15}{31}$$

$$\times$$

$$248 \quad 11280$$

$$45\frac{120}{148}$$

SEZIONE II.

Della Regola del Tre Composta diretta *ed* inversa.

D. Come si conosce se una Regola del Tre Composta è *diretta* o pure *inversa*?

R. Per conoscersi se una Regola del Tre Composto è *diretta* o pure *inversa* fa d'uopo considerare il secondo e quinto termine come uguali tra di loro, e perciò come non esistenti nell' operazione: quindi si vedrà se la Regola Semplice, già ridotta tale per la mancanza del secondo e quinto termine, è *diretta* o pure *inversa*; poichè s' è diretta, sarà diretta pure la Composta, e s' è inversa, anche la Composta sarà inversa.

§. I. DEL TRE COMPOSTO DIRETTO.

D. Come si dee operare nel Tre Composto *diretto*?

R. Nel Tre Composto *diretto* si dee operare come segue:

Si deve prima di ogn'altro ridurre la Regola Composta a Semplice, val dire portarla a tre soli dati; e per ciò ottenersi si moltiplicherà il primo pel secondo dato, non che il quarto pel quinto, e con ciò si è ridotta la Regola Composta a Semplice: quindi si opererà come nel Tre Semplice diretto, cioè si moltiplicherà il secondo dato pel terzo, ed il prodotto si dividerà pel primo dato, il quoziente sarà il quarto in proporzione, che nel Tre Composto *diretto* sarebbe il sesto in proporzione (1).

(1) Nel Tre Composto diretto sogliono taluni altrimenti operare onde ridurre la Regola a Tre Semplice diretto, cioè

ESEMPIO.

Se un capitale di 1800 ducati in 18 mesi ha guadagnato 348 ducati : un capitale di 640 ducati in 13 mesi quanto guadagnerà ?

$$1800 \;.\; 18 \;.\; 348 \;.\; 640 \;.\; 13 \;.\; 89\,\frac{11760}{32400} \text{ o sia } \frac{49}{135}$$

$$\times \qquad\qquad \times$$

$$32400 \;.\; 348 \;.\; 8320 \;.\; 89\,\frac{49}{135}$$

$$\times$$

$$32400 \qquad 2895360$$

$$89\,\frac{49}{135}$$

Si ridurrà prima la Regola Composta a Semplice , si moltiplicherà cioè il primo dato 1800 *pel secondo* 18, *e si avrà il prodotto* 32400 ; *quindi il quarto* 640 *pel quinto* 13 , *e si avrà il prodotto* 8320. *Avendo così ridotta la Regola a tre soli dati , si moltiplicherà il secondo* 348 *pel terzo* 8320, *ed il prodotto* 2895360 *si dividerà pel primo dato* 32400 ; *il quoziente* 89 49/135 *è il dato in proporzione che si va cercando ; e valutando la frazione,*

moltiplicano il terzo dato pel quarto , ed il prodotto lo moltiplicano pel quinto numero. Quindi poi nella soluzion del quisito operano pure diversamente , cioè moltiplicano il primo dato pel secondo, ed il prodotto dovrà dividere il primo prodotto avuto dalla moltiplicazione del terzo dato pel quarto, ed il prodotto pel quinto. Noi non abbiam creduto adottare un tal modo di operare, poichè è stato nostro proponimento di attenerci per quanto è possibile a delle regole semplicissime. Questa Regola può eseguirsi pure co' rotti , e con gl'interi e rotti.

è uguale a 36 *grani*, 9 *calli*, *ed* 1/5 *di callo.*

Ed in simil modo si risolvon pure gli altri esempii qui appresso.

Se 40 cannoni in 23 minuti han tirato 780 colpi: 48 cannoni in 27 minuti quanti colpi tireranno?

$$40 \;.\; 23 \;.\; 780 \;.\; 48 \;.\; 27 \;.\; 1098\,\frac{720}{920} \text{ o sia } \frac{18}{23}$$

$$\times \qquad\qquad \times$$

$$920 \qquad 780 \qquad 1296 \qquad 1098\,\frac{18}{23}$$

$$\times$$

$$920 \qquad 1010880$$

$$1098\,\frac{18}{23}$$

Se 36 fabbricatori in 24 giorni fanno 7006 canne di fabbrica: 48 fabbricatori in 27 giorni quante canne di fabbrica faranno?

$$36 \;.\; 24 \;.\; 7006 \;.\; 48 \;.\; 27 \;.\; 10509\,\frac{3}{864} \text{ os. } \frac{1}{288}$$

$$\times \qquad\qquad \times$$

$$864 \;.\; 7006 \;.\; 1296 \;.\; 10509$$

$$\times$$

$$864 \qquad 9079776$$

$$10509\,\frac{1}{188}$$

§. II. DEL TRE COMPOSTO INVERSO.

D. Come si dee operare nel Tre Composto *inverso*.

R. Nel Tre composto *inverso* si dee operare come segue.

Si moltiplicherà il primo pel terzo dato, ed il prodotto si moltiplicherà pel quinto dato: quindi si moltiplicherà il secondo dato pel quarto: e finalmente si dividerà il prodotto della prima moltiplicazione pel prodotto della seconda moltiplicazione; il quoziente che nascerà da questa divisione sarà il sesto in proporzione che si va cercando.

ESEMPIO.

Se 1500 soldati consumano 27000 pani in 36 giorni: 7580 soldati in quanti giorni consumeranno 34000 pani?

$$1500.27000.36.7580.34000.8 + \frac{19872}{20466} \text{ o sia } \frac{368}{379}$$

$1500 \times 36 = 54000 \times 34000 = 1836000000.$
$27000 \times 7580 = 204660000.$

$$1836000000 \,.\, 204660000 = 8 + \frac{19872}{20466} \text{ o sia } \frac{368}{379}$$

Si moltiplicherà il primo dato 1500 *pel terzo* 36, *ed il prodotto* 54000 *si moltiplicherà pel quinto dato* 34000, *e si avrà il prodotto* 1836000000: *quindi si moltiplicherà il secondo dato* 27000 *pel quarto* 7580, *e si avrà il prodotto* 204660000: *finalmente si dividerà il pro-*

dotto 1836000000 *pel prodotto* 204660000 ; *il quoziente* 8 $^{386}/_{379}$ *è il sesto in proporzione che si va cerdando* : *valutata la frazione* , *è uguale a* 23 *ore*, 18 *minuti primi* , 12 *minuti secondi e* $^{132}/_{379}$ *di minuto secondo.*

SEZIONE III.

Della Regola della Società semplice e composta.

D. Che cosa è la Regola della *Società* ?

R. La Regola della *Società* è un' operazione per cui dati ad impiego più capitali diversi , conoscere il guadagno o la perdita che ciascun capitale ha potuto fare.

D. Perchè la Regola della Società si divide in semplice e composta.

R. La Regola della Società si divide in *Semplice* e *Composta* dal perchè, siccome può darsi che più diversi capitali venghino impiegati nello stesso tempo , nel qual caso non se ne tiene affatto conto nell' operazione, o pure in diversi tempi ; così è che nel primo caso la Regola di Società si dice *Semplice* , e nel secondo si dice *Composta.*

§. I. Della società' *Semplice.*

D. Come si dee operare nella Regola della Società *Semplice.*

R. Nella Regola della Società *Semplice* si dee operare come segue :

Si sommeranno primieramente tutt' i capitali, e quindi s' istituiranno tante Rogole del Tre semplice per quanti sono i capitali suddetti , ponendosi però per primo termine la intera somma di

tutt' i capitali, per secondo termine il guadagno o la perdita fatta, e per terzo termine uno de' capitali; il quarto termine che in ciascuna operazione si troverà, sarà il proporzionato guadagno o perdita di quel capitale posto ad operare (1).

ESEMPIO.

Tre negozianti A, B, C, han posto in comune la somma di 4378 ducati; però A ha posto 3100, B 780, e C 498, e con la sopradetta somma han guadagnato 1800 ducati: si cerca sapere quanto spetta di guadagno a ciascuno in proporzione del capitale impiegato.

	Capitali	Guadagno
A	3100	
B	780	
C	498	1800
	4378	

Se 4378 han dato 1800 : 3100 ? $1274 \frac{2428}{4378}$

780 ? $320 \frac{3040}{4378}$

498 ? $204 \frac{3288}{4378}$

1800 —

Si sommeranno tutti e tre i capitali, e si avrà la somma 4378: ciò fatto si stabilirà per

(1) Questa Regola, e tutte le altre seguenti, si possono eseguire co' rotti, e con gl' interi e rotti.

ciascun capitale una regola del Tre semplice diretta, e si dirà: se 4378 ducati han dato di guadagno 1800: quanto daranno 3100? quanto 780? quanto 498? ed operandosi si troverà che A vi ha guadagnato 1274 $^{2428}/_{4378}$, B vi ha guadagnato 320 $^{3040}/_{4378}$; e C vi ha guadagnato 204 $^{3288}/_{4378}$, che sommati tutti questi interi con le rispettive frazioni, si troverà il suo vero guadagno in ducati 1800.

§. II. Della società' *Composta.*

D. Come si dee operare nella Regola della Società *Composta*?

R. Nella Regola della Società *Composta* si dee operare come segue:

Si dee prima di tutto ridurre la regola a Società semplice, e per ciò ottenersi si moltiplicherà ciascun capitale pel suo rispettivo tempo: quindi si sommeranno tutti questi parziali prodotti, e poscia si opererà tal quale come nella Società semplice; cioè mettendo per primo termine la somma de' prodotti delle moltiplicazioni; per secondo termine il totale guadagno fatto: e per terzo termine uno de' capitali impiegati moltiplicato pel suo rispettivo tempo.

Esempio.

Tre negozianti A, B, C hanno intrapreso un negozio, mettendo un capitale di 7848 ducati, co' quali han guadagnato 3748 ducati: però A vi ha posto 3486 ducati per 6 mesi; B vi ha posto 2564 ducati per 8 mesi, e C vi ha posto 1798 ducati per 11 mesi. Si cerca sa-

pere quanto spetterà di guadagno a ciascuno in proporzione del suo capitale e del tempo.

	Capitali		Mesi			Guadagno
A	3486	×	6	=	20916	3748
B	2564	×	8	=	20512	
C	1798	×	11	=	19778	
	7848				61206	

$$\text{Se } 61206 \text{ han dato } 3748 \ldots \; 20916 ? \quad 1280 \frac{49488}{61206}$$

$$20512 ? \quad 1256 \frac{4240}{61206}$$

$$19778 ? \quad 1211 \frac{7478}{61206}$$

$$3748 \; -$$

Si moltiplicherà ciascun capitale pe' suoi mesi corrispondenti, ed avremo in tre prodotti 20916, 20512 , *e* 19778 , *che sommati tutti e tre, fanno* 61206; *ed in tal modo operato si stabilirà per ciascun prodotto parziale una Regola del Tre semplice diretto, come si è praticato nella Società semplice , e si dirà : se* 61206 *han dato* 3748, *quanto* 20916? *quanto* 20512? *e quanto* 19788 ? *e si vedrà che A guadagnerà* 1280 49488/61206 ; *B* 1256 4240/61206 , *e C* 1211 7478/61206 , *che sommati questi interi co' rispettivi rotti uguagliano il guadagno in duc.* 3748.

SEZIONE IV.

Della Regola dell' Allegazione semplice e composta.

D. Che cosa è la Regola dell' *Allegazione* ?

R. La Regola dell'*Allegazione* è un' operazione per cui dati due o più prezzi differenti di qualunque natura, paragonarli con un prezzo medio.

D. Perchè la Regola dell' Allegazione si divide in *semplice* e *composta* ?

R. La Regola dell' Allegazione si divide in *semplice* e *composta* dal perchè, siccome i prezzi da paragonarsi col medio possono essere due o più, come abbiam detto; così è che nel primo caso la Regola dell' Allegazione si dice *semplice*, e nel secondo si dice *Composta*.

§. I. Dell' allegazione *Semplice*.

D. Come si dee operare nell'Allegazione *Semplice*?

R. Nell' Allegazione *Semplice* si dee operare come segue.

Si paragonerà il prezzo medio con ciascuno de' due differenti prezzi dati, e le due differenze si noteranno, con legge tale, che la prima si ponghi a lato del secondo prezzo, e la seconda a lato del primo prezzo: finalmente si sommeranno le differenze, e questa somma si soscriverà come di denominatore di due frazioni, i di cui numeratori saranno le già ritrovate differenze (1).

(1) Bisogna però quì avvertire, che per potersi eseguire questa operazione è necessario che i due prezzi dati uno sia maggiore e l' altro minore del prezzo medio.

Esempio.

Un rotolo di zucchero costa 48 grani, ed un rotolo di caffè costa 60 grani; intanto con 54 grani si vuole un rotolo di zucchero e di caffè insieme: si vuol sapere quanto ne spetterà del primo, e quanto del secondo.

prezzo medio	primo prezzo: zucchero grani 48	$6 \ldots \frac{6}{12}$ o sia $\frac{1}{2}$
grani 54	secondo prezzo: caffè grani 60	$\frac{6}{12} \ldots \frac{6}{12} \ldots \frac{1}{2}$
		$= 1$

Si paragonerà il prezzo medio 54 col primo 48, e la differenze 6 si noterà a lato del secondo prezzo 60; quindi si paragonerà lo stesso prezzo medio 54 pel secondo prezzo 60 e la differenza 6 si noterà a lato del primo prezzo 48: poscia si sommeranno le due differenze, ed il prodotto 12 si soscriverà come di denominatore a ciascuna delle dette differenze, e si avrà $^6/_{12}$ e $^6/_{12}$, quali frazioni sommate sono uguali ad 1 intero: sicchè con 54 grani spetta mezzo rotolo di zucchero, e mezzo rotolo di caffè.

§. II. Dell'allegazione *Composta*.

D. Come si dee operare nell'Allegazione *Composta*.

R. Nell' Allegazione *Composta* si dee operare come segue.

Si paragonerà il prezzo medio col prezzo maggiore dato, e la differenza si noterà a lato di ciascun altro prezzo minore: quindi si parago-

nerà lo stesso prezzo medio con ciascun prezzo minore, e le rispettive differenze si noteranno l'una dopo l'altra a lato del prezzo maggiore: finalmente si sommeranno tutte le differenze, e la somma totale si soscriverà come di denominatore comune di tante frazioni, i di cui numeratori saranno le differenze medesime. Le differenze però di ciascun prezzo minore pel medio, e segnate a lato del prezzo maggiore, si sommeranno, e la somma si avrà come una sola differenza, e per conseguenza come un solo numeratore (1).

Esempio.

Un rotolo di zucchero costa 48 grani, un rotolo di caffè costa 68 grani, ed un rotolo di garofani costa 96 grani: ora con 74 grani si vuole un rotolo di tutte queste droghe insieme, quanto toccherà di ciascuna sorte?

	48 gr. 1° prez.	22	$= \frac{22}{76} = \frac{11}{38}$
prezzo medio	68 gr. 2° prez.	22	$= \frac{22}{76} = \frac{11}{38} = \frac{38}{38} = 1$
grani 74	96 gr. 3° prez.	26 . 6	$= \frac{32}{76} = \frac{16}{38}$
		76	

Si paragonerà il prezzo medio 74 col prezzo maggiore 96, e la differenza 22 si noterà a lato degli altri prezzi minori 48, e 68: quindi si

(1) Di tutti i prezzi dati, è mestieri che uno fosse maggiore, e tutti gli altri minori del prezzo medio.

paragonerà lo stesso prezzo medio 74 *col primo minore* 48, *quindi col secondo anche minore* 68 *e le differenze* 26 *e* 6 *si noteranno l'una dopo l'altra a lato del prezzo maggiore* 96*: si sommeranno poscia tutte le differenze, e fanno* 76, *che si soscriverà come di denominatore a ciascuna di detta differenza situata a fianco de' prezzi minori, non alla somma di tutte quelle differenze, cioè di* 26 *e* 6, *situate a lato del prezzo maggiore* 96, *la somma delle quali se ne farà un solo numeratore, e con ciò si avranno le frazioni* $^{22}/_{76}$, $^{22}/_{76}$ e $^{32}/_{76}$, *che sommate sono uguali ad* 1 *intero.*

SEZIONE V.

Della Regola del Falso semplice *e* doppio.

D. Che cosa è la Regola del *Falso*?

R. La Regola del *Falso* è un' operazione con la quale con *uno* o *due* dati falsi arbitrarii, si viene alla piena conoscenza del vero che si va cercando, o sia dall' ignoto si viene al noto.

D. Perchè la Regola del Falso si divide in *semplice* e *doppio*?

R. La Regola del Falso si divide in *semplice* e *doppio* per la ragione, che siccome può rinvenirsi il vero o con *un* solo dato falso arbitrario, o con *due*, come di sopra abbiam detto; così è che nel primo caso si dice Falso *semplice*, e nel secondo caso si dice Falso *doppio*.

§. I. Del falso semplice.

D. Come si dee operare nel Falso *Semplice* ?

R. Nel Falso *Semplice* si dee operare come segue :

Si darà al primo dato un numero falso, e sia sempre 1 ; ed agli altri dati si darà un numero sempre in proporzione del quisito a risolversi : quindi tutti questi numeri falsi si sommeranno, dalla quale somma ne nascerà anche un numero falso in conseguenza de' falsi dati : finalmente si farà una Regola del Tre semplice diretto, ponendo cioè per primo termine la somma falsa, per secondo termine il primo dato falso, e per terzo termine il vero dato; il quarto proporzionale darà il primo termine vero, per mezzo del quale si verrà nella vera cognizione degli altri dati (1).

Esempio.

Tre individui A, B, C, hanno 100 anni, ma però B ha 15 volte l' età di A, e C ha 4 volte l' età dello stesso A. Si vuole la vera età di ciascuno.

A. 1 — 5
B. 15 — 75
C. 4 — 20

20 . 100

Se 20 . 1 . 100 . 5

20   100

5

(1) Questa Regola può eseguirsi pure co' rotti.

Si darà al primo dato A il numero falso 1, *e poichè B deve avere quindeci volte, e C quattro volte più l' età di A; così a B si darà* 15, *ed a C si darà* 4: *si sommeranno questi numeri falsi, e poichè la somma* 20 *non è la somma vera, la quale è* 100; *così s'istituirà una Regola del Tre semplice diretta, e si dirà: se* 20 *somma falsa è nato da* 1 *dato falso, da* 100 *dato vero, quale altro dato vero ne nascerà? e si vedrà ch' è* 5; *sicchè l'età di A è* 5 *anni, quella di B* 75, *e quella di C* 20, *che sommate fanno* 100.

§. II. Del falso doppio.

D. Come si dee operare nel Falso *Doppio*?

R. Nel Falso *Doppio* si dee operare in due maniere secondo il quisito dato a risolvere, cioè:

Nell' operazione del Falso *Doppio* vi concorrono due dati falsi, come abbiam detto: ciascuna somma di questi due dati falsi bisogna separatamente sottrarla dal numero vero dato; e poichè le due differenze, che si dicono *errori*, possono essere relativamente al dato numero vero o ambi in *meno*, o ambi due in *più*, che si dicono *errori simili*; o pure possono essere uno in *meno* e l' altro in *più*, che si dicono *errori dissimili* (1), così è che ne possono nascere due casi generali, avente ognuno un' operazione particolare, cioè:

(1) Gli errori si dicono in *meno* quando le somme de' dati falsi son *minori* del dato vero, ed in conseguenza può benissimo farsi la sottrazione. Si dicono poi in *più* quando le dette somme son *maggiori* del dato vero, ed allora la sottrazione dovrà farsi inversamente.

1.° *Se gli errori sono simili*, in questo caso si moltiplicheranno i due errori reciprocamente con i due dati falsi, cioè il primo errore pel secondo dato falso, ed il secondo errore pel primo dato falso. Di questi due prodotti se ne prenderà la differenza, col sottrarre il minore dal maggiore: quindi si prenderà pure la differenza degli errori: finalmente si dividerà la differenza de' prodotti per la differenza degli errori, il quoziente che ne nascerà da questa divisione sarà il primo dato vero di cui si va in traccia, e secondo il quale si formeranno gli altri dati veri in proporzione del quisito dato a risolvere.

2.° *Se gli errori sieno dissimili*, in questo caso si moltiplicheranno gli errori reciprocamente con i due dati falsi, come nel caso 1.° Questi due prodotti si sommeranno, come pure si sommeranno gli errori: quindi finalmente si dividerà la somma de' prodotti per la somma degli errori, il quoziente che da questa divisione ne nascerà sarà il primo dato vero, su del quale si stabiliranno gli altri in proporzione del quisito (1).

(1) Se accadesse che il quoziente venghi accompagnato dalla frazione, in questo caso anche le altre parti si accresceranno in proporzione del rotto.

Esempio del 1.° caso.

Tre persone A, B, C, hanno insieme l'età di 76 anni, in guisa però che A abbia qualsivoglia età; B sia doppia di A con 4 di più, e C abbia l'età di A e di B presa insieme con 8 di più. Si cerca sapere l'età di ciascheduno.

1° dato falso	2° dat. fals.	dato vero	dat. ver.
A. . . 1	A. . . 2	76	76
B. . . 6	B. . . 8		
C. . . 15	C. . . 18	22	28
1ª som.fal. 22	2ª som.fal. 28	1° errore 54	2° error. 48
		2° dat. fal. × 2	1° dat. fal. × 1
		prodotto 108	prodotto 48

28
22
dif. de' dat. f. 6

108
48
differ. de' prodotti . 60

60 • 6 = 10, età vera di A

Sicchè A 10
B 24
C 42

Età vera . 76

Si sottrarranno le due somme false 22 *e* 28 *dall' età vera* 76, *e si avranno le differenze* 54 *e* 48: *quindi si moltiplicherà il secondo dato falso* 2 *per la prima differenza* 54, *e si avrà il prodotto* 108: *nello stesso modo si moltiplicherà la seconda differenza* 48 *pel primo dato falso* 1, *e si avrà il prodotto* 48: *si prenderà po-*

scia la differenza de' due prodotti 108 e 48, ch' è 60: si prenderà pure la differenza degli errori 54 e 48, ch' è 6: finalmente si dividerà la prima differenza 60 per la seconda 6; il quoziente 10 è la vera età di A, su della quale si formeranno quelle di B e di C, e si troverà l' età di A 10 anni, quella di B 24, e quella di C. 42, che tutte assieme sono 76 anni.

ESEMPIO DEL 2.° CASO.

Tre persone A, B, C, tutte e tre hanno 30 anni, in maniera però che A abbia qualunque età, B abbia il doppio di A con 4 di più, C abbia il triplo di B e 2 di più. Si cerca l' età di ciascheduna.

1° dato falso		2° dat. fals.		dato vero .	dat. ver.
A. . . .	1	A	2	30	30
B. . . ;	6	B . . .	8		
C. . . .	20	C	26	27	36
1. som. fals.	27.	2. som. fals.	36	1. er. in $-$ 3	2. er. in $+$ 6
				2.dat. fals. $\times$ 2	1.dat. fal. $\times$ 1
				prodotto . 6	prodotto 6

$6 + 6 = 12$

$3 + 6 = 9$

$12 . 9 = 1\frac{1}{3}$, età vera di A.

Sicchè A $1\frac{1}{3}$

B $6\frac{2}{3}$

C 22

Età vera 30 —

Si sottrarranno le due somme false 27 *e* 36 *dall' età vera* 30 , *e si troveranno le differenze* 3 *e* 6 , *cioè la prima in* meno , *e la seconda in* più ; *quindi si moltiplicherà la prima differenza* 3 *pel secondo dato falso* 2, *e si avrà* 6; *quindi la seconda differenza* 6 *pel primo dato falso* 1 , *e si avrà* 6 : *questi due prodotti si sommeranno* , *e si avrà* 12 ; *si sommeranno pure le due differenze* 3 *e* 6 , *e si avrà* 9 : *finalmente si dividerà la prima somma* 12 *per la seconda* 9 , *ed il quoziente* 1 1/3 *è la vera età di A* , *su della quale si stabilirà quella di B e di C* : *e si troverà che l'età di A è di* 1 *anno ed* 1/3 , *quella di B di* 6 2/3, *e quella di C di* 22 , *che sommate si trovano uguali a* 30.

ESAME.

D. Qual è la pruova del Tre Semplice diretto?

R. La pruova del Tre Semplice diretto è la seguente.

Si moltiplicherà il primo dato pel quarto , e si segnerà il prodotto ; quindi si moltiplicherà il secondo dato pel terzo , ed il prodotto dovrà perfettamente uguagliare il primo.

D. Qual è la pruova del Tre Semplice inverso?

R. La pruova del Tre Semplice inverso è la seguente :

Si moltiplicherà il primo pel secondo dato , ed il prodotto dovrà uguagliare il prodotto della moltiplicazione del terzo pel quarto dato.

D. Qual è la pruova del Tre composto diretto?

R. La pruova del Tre composto diretto è la seguente.

Si moltiplicherà il primo pel secondo dato, ed il prodotto si moltiplicherà pel sesto dato , e

si segnerà questo prodotto generale: quindi si moltiplicherà il terzo pel quarto dato, ed il prodotto si moltiplicherà pel quinto dato, ed il prodotto generale dovrà uguagliare il primo ge nerale.

D. Qual è la pruova del Tre composto inverso?

R. La pruova del Tre composto inverso è la seguente.

Si moltiplicherà il secondo pel quarto dato, ed il prodotto pel sesto dato: quindi il primo pel terzo dato, ed il prodotto pel quinto dato, ed i due prodotti generali dovranno uguagliarsi.

D. Qual è la pruova della Società semplice?

R. La pruova della Società semplice è la seguente:

Si sommeranno tutt' i parziali guadagni o perdite, e la somma dovrà corrispondere all'intero guadagno o perdita.

D. Qual è la pruova della Società composta?

R. La pruova della Società composta è la stessa di quella della Società semplice.

D. Qual è la pruova dell' Allegazione semplice?

R. La pruova dell' Allegazione semplice è la seguente:

Si sommeranno tutte le frazioni, ed il loro totale deve uguagliare l' unità semplice.

D. Qual è la pruova dell' Allegazione composta?

R. La pruova dell'Allegazione composta è la stessa di quella dell'Allegazione semplice.

D. Qual è la pruova del Falso semplice.

R La prnova del Falso semplice è la seguente.

Si sommeranno tutti i parziali dati veri ritrovati, e la loro somma dovrà uguagliare il dato vero stabilito nel quisito.

*D*Qual è la pruova del Falso doppio?

R. La pruova del Falso doppio è la stessa di quella del Falso semplice.

PARTE QUARTA

DELLE POTENZE

OSSIA

DELLE COMPOSIZIONI DEL QUADRATO E DEL CUBO DE' NUMERI : DELLE RADICI QUADRATE E CUBICHE.

D. Che cosa è il *quadrato* , la *Radice quadrata*, il *Cubo* , e la *Radice Cubica* ?

R. Si dice *Quadrato* il prodotto della moltiplicazione di un numero qualunque per se stesso. La *Radice quadrata* poi è lo stesso numero che moltiplicato per se stesso ha prodotto il quadrato.

Si dice *Cubo* il prodotto della moltiplicazione del quadrato per la sua radice quadrata. La *Radice cubica* poi è quel numero che moltiplicato pel suo quadrato ha prodotto il cubo.

Sicchè lo stesso numero è *radice quadrata* rispetto al suo quadrato, è *radice cubica* rispetto al suo cubo. Così $4 \times 4 = 16 \times 4 = 64$. Il 16 è il quadrato di 4 , e 64 n' è il cubo : il 4 poi è radice quadrata di 16, ed è radice cubica di 64.

Intanto è da sapersi : che la radice sia quadrata o cubica, si dice *prima potenza*; il suo quadrato dicesi *seconda potenza*; ed il suo cubo si denomina *terza potenza*. La seconda potenza si esprime col segno $\sqrt[2]{}$, e la terza potenza col segno $\sqrt[3]{}$.

D. In che si riduce tutto il maneggio delle potenze ?

R. Tutto il maneggio delle potenze non si riduce

ad altro se non nell' innalzare un numero qualunque a quadrato o a cubo, che vale lo stesso ritrovare di siffatto numero il suo quadrato od il suo cubo; e nell' estrarre da un numero qualunque la sua radice quadrata o cubica, che vale lo stesso ritrovare di siffatto numero la sua radice quadrata o cubica.

D. Prima di venire al maneggio di queste due operazioni aritmetiche cosa fa d'uopo conoscere?

R. Prima di venire al maneggio di queste due operazioni aritmetiche fa d'uopo conoscere quanto segue:

1.° Che qualsivoglia numero considerato come *Radice* ha le sue corrispondenti *Potenze*; ma non ogni numero considerato come *Potenza* ha le sue *Radici*: p. e. il numero 7 considerato come radice ha il suo quadrato 49, ed il suo cubo 333; ma il numero 67 non ha le sue radici.

2.° Che qualora di qualsivoglia numero considerato come potenza, si voglia estrarre la sua radice quadrata o cubica, questa radice si rinvenghi composta di soli interi si dirà *Radice vera*; ma se per lo contrario si componga di interi e rotti, in allora si dirà *Radice prossima*.

SEZIONE I.

Della composizione del Quadrato e del Cubo.

§. I. DELLA COMPOSIZIONE DEL QUADRATO.

D. Quanti casi possono accadere nella composizione del quadrato, e come si dee operare in ciascun caso?

R. Nella composizione del quadrato possono acca-

dere *tre* casi, e per ciascun di essi deesi operare come segue:

1.° *Se il numero da innalzare a quadrato è un numero intero*, in questo caso, come innanzi si è detto, il numero dato si moltiplicherà per se stesso, ed il prodotto che ne nasce sarà il quadrato che si va cercando. Così $3 \times 3 = 9$: o pure $31 \times 31 = 961$.

2. *Se il numero da innalzare a quadrato è un rotto*, in questo caso si moltiplicherà per se stesso tanto il numeratore, che il denominatore, e de' prodotti se ne comporrà una frazione, la quale è il quadrato che si cerca. Così $3/4 = 9/16$.

3.°. Finalmente. *Se il numero da innalzare a quadrato è un intero e rotto*, in quest'ultimo caso si ridurrà l'intero e rotto dato ad un solo rotto, e quindi s'innalzerà a quadrato come nel caso 2.° Così $3\ 4/9 = 31/9$: $31 \times 31 = 961$: $9 \times 9 = 81$: il quadrato sarà $961/81$.

§. II. Della composizione del cubo.

D. Quanti casi possono accadere nella composizione del Cubo, e come si dee operare in ciascun caso?

R. Nella composizione del Cubo possono accadere *tre* casi, e per ciascun di essi deesi operare come segue:

1° *Se il numero da innalzare a cubo è un numero intero*, in questo caso il numero dato s'innalzerà a quadrato, e questo si moltiplicherà per la sua radice quadrata, che vale a dire per lo stesso numero dato, ed il prodotto di questa moltiplicazione è il cubo che si va cercando. Così sia il numero 13 da innalzare a cubo: sarà $13 \times 13 = 169 \times 13 = 2197$.

2.° *Se il numero da innalzare a cubo è un rotto*, in questo caso s'innalzerà a quadrato tanto il numeratore, che il denominatore; quindi ciascun quadrato si moltiplicherà per la sua radice quadrata, e de' due prodotti se ne comporrà una frazione che sarà il cubo che si cerca. Così sia 7/9 da innalzarsi a cubo: sarà 7 × 7 = 49 × 7 = 343: 9 × 9 = 81 × 9 = 729: il cubo sarà 343/729.

3.° Finalmente. *Se il numero da innalzare a cubo è un intero e rotto*, in questo caso si ridurrà l'intero e rotto ad un solo rotto, e quindi si opererà come nel caso 2.° Così sia da innalzarsi a cubo 3 2/5: sarà 17/5; quindi 17 × 17 = 289 × 17 = 4913: 5 × 5 = 25 × 5 = 125: il cubo sarà 4913/125.

SEZIONE II.

Della estrazione della Radice quadrata e cubica (1).

§. I. Della estrazione della radice quadrata

D. Quanti casi possono accadere nella estrazione della Radice quadrata, e come si dee operare in ciascun caso?

R. Nella estrazione della Radice quadrata possono accadere *tre* casi, e per ciascun caso si dee operare nel seguente modo (2).

(1) Siccome un numero considerato come potenza non sempre ha le sue corrispondenti radici, così è necessario qui avvertire che non tutte le volte si può ottenere la radice *vera*, ma in vece si otterrà la *prossima*.

(2) Avvertiamo che il numero dato si pone a destra, ed il segno radicale a sinistra. Avvertiamo pure che quante sono le parti in cui il numero dato vien diviso, di tante figure dovrà comporsi la radice che si va cercando.

1°. *Se il numero dato ad estrarsene la Radice quadrata è un numero intero*, in questo caso il numero dato, incominciando da destra a sinistra, si dividerà in parti da comprendere ciascuna parte due figure, e sotto ciascuna prima figura di ogni parte vi si porrà un punto.

Della prima parte a sinistra, sia questa parte composta di due o di una figura, si ritroverà la sua radice quadrata, o *vera* o *prossima* (1), e si noterà sotto il segno radicale. Di questa radice se ne comporrà il corrispondente suo quadrato, il quale si sottrarrà dalla prima parte, e si noterà il residuo, se ve n' è.

Al residuo, se ve n' è, si aggiungerà a destra come nella semplice divisione, la seconda parte: quindi la radice già ritrovata si moltiplicherà per due, ossia si raddoppierà, ed il pro-

(1) Per ciò fare è necessario conoscere il quadrato di ciascun numero semplice, non che il cubo, come vedremo nella estrazione della radice cubica; perciò noi ne abbiam formato di essi il presente quadro.

Numeri semplici	Quadrati	Cubi
1.	1.	1.
2.	4.	8.
3.	9.	27.
4.	16.	64.
5.	25.	125.
6.	36.	216.
7.	49.	333.
8.	64.	512.
9.	81.	729.

dotto dividerà il numero formato dal residuo e dalla parte aggiuntavi, meno però la figura punteggiata, la quale non entra mai nella divisione. Il quoziente ritrovato, che forma la seconda figura della radice, si collòcherà a destra della radice, ed a destra del suo doppio, ossia del divisore: quindi si moltiplicherà il detto quoziente pel suo divisore, una col numero aggiuntovi, ed il prodotto si sottrarrà dell' intero dividendo, val dire anche dalla figura punteggiata, e si noterà il residuo (1). Al residuo vi si aggiungerà la terza parte, e moltiplicando la intera radice per due, si tornerà ad operare nel modo suindicato, sintantochè si esauriranno tutte le parti del numero dato, ed il numero segnato sotto il radicale sarà la radice che si va cercando (2).

2°. *Se il numero dato ad estrarsene la radice*

(1) Ben vero però se il prodotto della moltiplicazione del divisore pel quoziente non possa sottrarsi dal dividendo perchè maggiore, in allora bisognerà diminuire il detto quoziente per quanto è capace di dare un prodotto minore del dividendo.

(2) Avvertiamo quì, che se il residuo accoppiato con la parte che si cala non è capace di esser diviso, in allora si dovrà porre zero tanto a lato della radice, che nel suo doppio, finchè calando le susseguenti parti possa farsi la divisione.

Avvertiamo pure, che qualora si son calate tutte le parti del numero proposto, ed intanto nell'ultima sottrazione vi rimane un residuo, in allora la radice non sarà *vera*, ma *prossima*. Intanto il residuo si dovrà notare in forma di fratto a lato della radice, ma con legge tale, che il residuo facci da numeratore e la radice ritrovata, raddoppiata, ossia moltiplicata per due, facci da denominatore. Quantevolte poi il residuo fosse maggiore della semplice radice già ritrovata, in simil caso dopo averla raddoppiata si crescerà sommando di una semplice unità.

quadrata è un rotto, in questo caso fa d' uopo vedere se il numeratore ed il denominatore siano quadrati, ed essendo tali, si ritroverà di ciascheduno la sua radice quadrata, e se ne componghi una frazione, la quale sarà la radice del rotto: ma non essendo il numeratore ed il denominatore numeri quadrati o tutti e due, o pure uno di essi, in allora si moltiplicherà il numeratore pel denominatore, e dal prodotto se n' estrarrà la radice quadrata o *vera* o *prossima*; questa radice si dividerà per lo stesso denominatore, ed il quoziente ritrovato sarà la radice del rotto.

3.° Finalmente. *Se il numero dato ad estrarsene la radice quadrata è un intero e rotto*, in quest' ultimo caso si ridurrà l' intero e rotto ad un solo rotto, e quindi si opererà come nel caso 2.°

Esempio del 1.° caso.

$\sqrt[2]{}$	33, 98, 89
583	25
108	—
	--898
	864
1163	--3489
	3489

Sia da estrarsi la radice quadrata du 339889. *Prima di tutto questo numero composto si dividerà in parti con delle virgole, da comprendere ogni parte due figure, incominciando sempre da*

destra a sinistra: quindi si punteggerà ogni prima figura di ciascuna parte, ossia il 9, *l'* 8, *ed il* 3: *ciò fatto s' incomincerà ad operare. Si estrarrà dalla prima parte a sinistra, ch'è* 33, *la sua radice quadrata, e non potendosi aver la vera, si avrà la prossima in* 5, *e si noti sotto il segno radicale. Si eleverà il* 5 *a quadrato, che sarà* 25, *il quale si sottrarrà dal* 33, *e si noterà l' avanzo* 8. *Al destro lato di questo residuo si calerà la seconda parte* 98, *e e si avrà* 898.

La radice 5 *si raddoppierà, e sarà* 10, *che dividerà* 89, *non già* 898, *poichè l' ultima figura è punteggiata. E poichè il* 10 *entra* 8 *volte nell'*89, *così questo quoziente* 8 *si scriverà tanto al lato destro della radice, che del suo doppio* 10, *e si avranno i due numeri* 58, *e* 108. *La radice raddoppiata, una col numero aggiuntovi* 8, *si moltiplicherà per lo stesso quoziente* 8, *ed il prodotto* 864 *si sottrarrà dal numero* 898, *e si noterà l' avanzo* 34. *A questo avanzo si accoppierà la terza ed ultima parte* 89, *e si avrà il numero* 3489. *La radice* 58 *si raddoppierà, e si avrà* 116, *che dividerà* 384 *e non già* 3489, *per essere il* 9 *punteggiato. ec.*

Poichè il 116 *entra* 3 *volte nel* 348, *così questo quoziente si scriverà tanto a lato della radice* 58, *che del suo doppio* 116 *ossia del divisore. La radice raddoppiata, una col numero* 3 *aggiuntovi si moltiplicherà per lo stesso quoziente* 3, *ed il prodotto* 3489 *si sottrarrà dal numero* 3489, *e perchè niuno avanzo ci rimane; così il numero* 583 *notato sotto il segno radicale è la radice vera del numero dato* 339889.

Altro esempio.

$\sqrt{}^{2}$	7, 8 1, 0 9
$279\,\frac{268}{553}$	4
47	381
.	329
549	5209
	4941
	268

Sia da estrarsi la radice quadrata da 78109. *dopo di avere diviso in parti questo numero composto, e dopo di averlo punteggiato, si opererà in tal guisa: si estrarrà dalla prima parte a sinistra, che costa di una sola figura, la sua radice quadrata, e non potendosi aver la vera, si avrà la prossima in* 2, *e si noti sotto il segno radicale: questa radice si eleverà a quadrato, che sarà* 4, *il quale si sottrarrà dal* 7, *e si noterà l'avanzo* 3. *Al destro lato di questo residuo si calerà la seconda parte* 81, *e si avrà* 381. *La radice* 2 *si raddoppierà, e sarà* 4, *che dividerà* 38, *non già* 381, *poichè l'ultima figura è punteggiata. Il* 4 *nel* 38 *entra* 9 *volte, ma poichè il prodotto della moltiplicazione di* 9 *per* 49, *ch' è* 441, *non può sottrarsi dal dividendo* 381, *così si va scemando, ed entra* 7 *volte: questo quoziente si scriverà tanto al lato destro della radice, che del suo doppio, ossia del divisore. La radice raddoppiata, una col numero aggiuntovi* 7, *si moltiplicherà per lo stesso quoziente* 7, *ed il prodotto* 329 *si sottrarrà dal di-*

videndo 381 , *e si noterà l' avanzo* 52 : *a questo avanzo si accoppierà la terza ed ultima parte* 09 , *e si avrà il numero* 5209. *La radice* 27 *si raddoppierà , e si avrà* 54 , *che dividerà* 520 *e non già* 5209 , *per essere il* 9 *punteggiato. E perchè il* 54 *entra* 9 *volte in* 520 , *così questo quoziente si scriverà tanto a lato della radice* 27 , *che del suo doppio* 54 , *ossia del divisore. La radice raddoppiata , una col numero aggiuntovi* 9 , *si moltiplicherà per lo stesso quoziente* 9 , *ed il prodotto* 4941 *si sottrarrà dal dividendo* 5209, *e si noterà l' ultimo residuo* 268, *quale residuo si porrà a lato della radice come numeratore , avente il doppio della radice istessa in* 558 *per denominatore : sicchè il numero* 279 $^{268}/_{558}$ *è la radice prossima del numero proposto* 78109.

Altro esempio.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 810009. (*Si divida e si punteggi*). *Si estrarrà dalla prima parte* 81 *la sua radice quadrata, e si ha la vera in* 9, *e si noti sotto il segno radicale. Questa radice si eleverà a quadrato, ch' è* 81 , *e si sottragga da* 81 , *e niun residuo vi rimane. Si calerà quindi la seconda parte , ch' è* 00 *si raddoppierà la radice* 9 , *e si avrà* 18 , *il quale dovrà dividere la seconda parte calata* ,

meno la figura punteggiata; e poichè il 18 *non entrà in* 0, *così si noterà zero a lato della radice*, *e del suo doppio* 18: *quindi si calerà la terza ed ultima parte* 09: *si raddoppierà poscia la radice* 90, *e si avrà* 180, *che dovrà dividere* 000, *e non già il* 9 *perchè punteggiato*, *e poichè il* 180 *non entrà in* 000, *così si porrà zero a lato della radice* 90, *del suo doppio* 180, *e resta* 0009 *come ultimo residuo*: *sicchè la radice prossima del numero dato* 810009 *e* 900` 9/1800.

Esempio del 2.° caso.

$$\sqrt[2]{\frac{18}{21}}$$

$$\frac{739}{798}$$

$$18 \times 21 = 378 \sqrt[2]{\ } = 19\frac{17}{38} \cdot 21 = \frac{739}{398}$$

Sia da estrarsi la radice quadrata dal rotto 18/21. *Si moltiplicherà il numeratore* 18 *pel denominatore* 21: *e dal prodotto* 378 *se ne estragga la radice quadrata*, *che sarà* 19 17/38: *questa radice si dividerà pel denominatore dello stesso rotto dato*, *e si avrà il quoziente* 739/798, *ch'è la radice prossima del rotto dato.*

Esempio del 3.° caso.

$$\sqrt[2]{\ } \quad 18\frac{4}{5}$$

$$4\frac{72}{215}$$

Sia da estrarsi la radice quadrata da 18 4/5. *Si ridurrà l' intero e rotto ad un solo rotto*,

e si avrà $^{94}/_{5}$. Quindi si opererà come nel caso 2.° e si troverà la radice prossima in 4 $^{72}/_{215}$.

Si osservi quì che nell'estrarre la radice quadrata da 470, prodotto dalla moltiplicazione del numeratore 94 pel denominatore 5, vi è rimasto l' ultimo residuo 29, il quale per essere stato maggiore della radice ritrovata, ch' era 21; così la frazione si è composta dal residuo 29 per numeratore, e dal doppio della radice 21 più una unità, e si è avuto $^{29}/_{43}$.

§. II. Della estrazione della radice cubica.

D. Quanti casi possono accadere nella estrazione della radice cubica, e come si dee operare in ciascun caso?

R. Nella estrazione della radice cubica possono accadere *tre* casi, e per ciascuno di essi si dee operare nel seguente modo.

1.° *Se il numero dato ad estrarsene la radice cubica è un numero intero*, in questo caso il numero dato, incominciando da destra sinistra, si dividerà in parti, da comprendere ciascuna parte tre figure.

Della prima parte a sinistra, sia questa parte composta di tre, di due, o di una figura, si ritroverà la sua radice o *vera* o *prossima*, e si noterà sotto il segno radicale: di questa radice se ne comporrà il suo corrispondente cubo, il quale si sottrarrà dalla prima parte, e si noterà il residuo, se ve n' è: a questo residuo si aggiungerà a destra, come nella semplice divisione, la prima figura a sinistra della seconda parte.

Quindi la radice già ritrovata si eleverà a quadrato, e questo quadrato si moltiplicherà per tre, ossia si triplicherà, ed il prodotto divi-

derà il numero formato dal residuo, se ve n'è, e dalla figura aggiuntavi; il quoziente che forma la seconda figura della radice, si collocherà a destra della radice (1).

Di poi tutta la radice si eleverà a cubo, il quale si sottrarrà da tutte le parti già divise, e si noterà il residuo, se ve n'è, al quale si aggiungerà, come sopra, la prima figura a sinistra dell' altra parte. Della radice intera se ne formerà il quadrato, e questo si triplicherà, il quale dividerà il numero composto dal residuo e dalla figura aggiuntavi, ed il quoziente sarà l' altra figura della radice: e così si prosiegue per le altre parti.

Finalmente la intera radice si eleverà a cubo, e si sottrarrà da tutto il numero dato, ed essendovi residuo si noterà (2).

2°. *Se il numero dato ad estrarsene la radice cubica è un rotto*, in questo caso fa d'uopo vedere se il numeratore ed il denominatore sieno cubi perfetti, ed essendo tali, si troverà di ciascheduno la sua radice cubica, e se ne com-

(1) Se la radice elevata a cubo non possa sottrarsi dal dividendo, o per meglio dire dalle parti già divise, in allora si scemerà il quoziente fino a che possa farsi la sottrazione.

(2) Avvertiamo qui, che essendovi residuo, si dovrà questo notare in forma di fratto a lato della radice; ma con legge tale, che il residuo facci da numeratore, ed il denominatore sia la differenza del cubo della radice dal cubo del numero prossimamente maggiore alla medesima radice, meno una unità; p. e. se il residuo fosse 13, e la radice 15; si farà il cubo di 15, ch'è 3375, quindi si farà il cubo di 16, come il numero prossimamente maggiore alla radice 15, ch'è 4096: da questi due cubi si prenderà la differenza, ch'è 721, meno uno resta 720: dunque la frazione si dovrà comporre di $^{13}/_{720}$.

ponghi una frazione, la quale sarà la radice del rotto proposto; ma non essendo il numeratore ed il denominatore cubi perfetti o tutti e due, o pore uno di essi, in allora il denominatore si eleverà a quadrato, quale quadrato si moltiplicherà pel numeratore, e dal prodotto se n' estrarrà la radice cubica o vera o prossima, la quale si dividerà pel semplice denominatore ed il quoziente sarà la radice prossima del dato rotto.

3.° Finalmente. *Se il numero dato ad estrarsene la radice cubica è un intero e rotto*, in quest'ultimo caso l'intero e rotto si ridurrà ad un solo rotto, e quindi si opererà come nel caso 2°.

Esempio del 1.° caso.

```
 3
 √            41, 063, 625
345           27
              ----
27            140
                41063
                39304
                -----
3468           - 17576
                 41063625
                 41063625
                 --------
                 - - - - -
```

Sia da estrarsi la radice cubica da 41063625. *Prima di tutto si dividerà questo numero in parti, quindi dalla prima parte a sinistra* 41 *se n' estrarrà la sua radice cubica prossima ch'è* 3, *e si segni sotto il radicale. Di questa radice* 3 *se ne formerà il suo cubo* 27, *il quale si sottrarrà dalla prima parte divisa* 41, *e si noterà il residuo* 14, *al quale si accoppierà la pri-*

ma figura a sinistra 0 *della seconda parte , e si avrà* 140. *Della radice* 3 *se ne comporrà il suo quadrato* 9 , *il quale si triplicherà , e fa* 27 , *questo prodotto dovrà dividere il* 140. *Il* 27 *in* 140 *entra* 5 *volte , ma poichè il cubo di* 35 *non può sottrarsi delle parti già divise , ossia da* 41063, *così si abbassa a* 4, *il quale si segnerà a destra della radice* 34. *Questa radice* 34 *si eleverà a cubo* 39304 , *il quale si sottrarrà dalle parti divise* 41063 , *e si noterà il residuo* 1757, *al quale si aggiungerà la prima figura a sinistra* 6 *della terza ed ultima parte. Della radice* 34 *se ne comporrà il suo quadrato* 1156, *che triplicato è uguale a* 3468 , *che dividerà* 17576; *e poichè ci entra* 5 *volte , questo quoziente si collocherà a destra della radice* 34. *Tutta la radice* 345 *si eleverà a cubo , ch' è* 41063625, *il quale si sottrarrà dall' intero numero dato* 41063625 , *e poichè niun residuo vi rimane, così il numero* 345 *notato sotto il segno radicale sarà la radice vera del numero dato.*

ALTRO ESEMPIO.

$\sqrt[3]{\;}$ 30, 000, 104, 301

3100   27
27   -- 30
30000
29791
2883   -- 20913
288300   30000104301
29791000000
-- 209104301

Sia da estrarsi la radice cubica da 3000010430I. (*Si divida*). *Dalla prima parte* 30 *se n'estrarrà la sua radice cubica prossima* 3, *e si noti sotto il segno radicale. Di questa radice* 3 *se ne comporrà il suo cubo* 27 , *il quale si accoppierà la prima figura a sinistra* 0 *della seconda parte* , *e si avrà* 30. *Della radice* 3 *se ne comporrà il suo quadrato* 9 , *il quale triplicato fa* 27 : *questo prodotto dovrà dividere il* 30. *Il* 27 *nel* 30 *entra una volta* , *e l'*I *si segnerà a destra della radice* 3, *e si avrà* 3I. *Questa radice* 3I *si eleverà a cubo* 2979I , *il quale si sottrarrà dalle parti divise* 30000 , *e si noterà il residuo* 209 , *al quale si aggiungerà la prima figura a sinistra* I *della terza parte. Della radice* 3I *se ne comporrà il quadrato* 96I , *che triplicato fa* 2883 , *che dividerà* 209I : *e poichè il* 2883 *non entra in* 209I *così si porrà zero a lato destro della radice* , *ed al* 209I *si aggiungerà la prima figura* 3 *della quarta ed ultima parte*, *e si avrà* 209I3. *Della radice* 3I0 *se ne comporrà il suo quadrato* , *che triplicato fa* 288300 , *il quale dividerà* 309I3 : *è poichè il* 288300 *non entra nel* 209I3, *così si porrà zero a lato della radice* 3I00. *Questa radice si eleverà a cubo* 2976I000000, *il quale si sottrarrà dall'intero numero dato* 3000010430I , *e si noterà il residuo* 209I0430I *sicchè la radice prossima è* 3I00 , *e la frazione.*

Esempio del 2°. caso.

$$\sqrt[2]{\ } \quad \frac{27}{125}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$27 \sqrt[3]{\ } = 3$$

$$125 \sqrt[3]{\ } = 5 \quad = \frac{3}{5}$$

Sia da estrarsi la radice cubica da $^{27}/_{125}$. *Si estrarrà la radice cubica dal numeratore* 27, *ch' è* 3; *quindi dal denominatore* 125, *ch' è* 5, *di queste due radici se ne comporrà la frazione* $^{3}/_{5}$, *ch' è la radice del rotto proposto* $^{27}/_{125}$.

Altro esempio.

$$\sqrt[3]{\ } \quad \frac{7}{9}$$

$$\frac{1783}{1944}$$

$$9 \times 9 = 81 \times 7 = 567 \sqrt[3]{\ } = 8 \frac{55}{216} \cdot 9 = \frac{1783}{1944}$$

Sia da estrarsi la radice cubica da $^{7}/_{9}$. *Il denominatore* 9 *si eleverà a quadrato* 81 : *questo quadrato si moltiplicherà pel numeratore* 7, *e dal prodotto* 567 *se n' estrarrà la radice cubica, ch' è* 8 $^{55}/_{216}$: *questa radice si dividerà pel semplice denominatore* 9, *ed il quoziente* $^{1783}/_{1944}$ *sarà la radice prossima del rotto dato* $^{7}/_{9}$.

Esempio del 3°. caso.

$$\sqrt[3]{}\quad 16\,\frac{7}{9}$$

$$2\,\frac{8344}{14904}\ \text{o sia}\ \frac{1043}{18[illegible]}$$

$$16 \times 9 = 144 \times 7 = \frac{151}{9}$$

$$9 \times 9 = 81 \times 151 = 12231$$

$$12235\ \sqrt[3]{} = 23\,\frac{64}{1656}$$

$$23\,\frac{23}{1656} \cdot 9 = 2\,\frac{8344}{14904},\ \text{ossia}\ \frac{1043}{1863}$$

Sia da estrarsi la radice cubica da 16 7/9, *Si ridurrà l' intero e rotto ad un solo rotto* 151/9 *quindi si opererà come nel caso* 2°.

ESAME.

D. Qual è la pruova della radice quadrata?
R. La pruova della radice quadrata è la seguente.
Si eleverà a quadrato la radice già ritrovata ed essendovi residuo si aggiungerà sommando al quadrato, e la somma allorchè l' operazione è stata ben fatta, dovrà uguagliare il numero dato ad estrarsene la radice quadrata.
D. Qual' è la pruova della radice cubica?
R. La pruova della radice cubica è la seguente:
Si eleverà a cubo la radice già ritrovata, ed essendovi residuo si aggiungerà sommando al cubo, e la somma, allorchè l' operazione è stata ben fatta, dovrà uguagliare il numero dato ad estrarsene la radice cubica.

Fine.